PENERBIT ANDI®

Kekuatan BAHAN

PUSTAKAAN
AWA TIMUR
112
JH
4

gkapi ilustrasi
pemodelan matematis
menggunakan MathCad

Ach. Muhib Zainuri, ST

KEKUATAN BAHAN

(Strength of Materials)

Ach. Muhib Zainuri, ST, MT

Penerbit ANDI Yogyakarta

042009023
M I K
Badan Perpustakaan
Propinsi Jawa Timur
316.020/BPP/P/2008

Kekuatan Bahan
Oleh: Ach. Muhib Zainuri, ST

Hak Cipta © 2008 pada Penulis

Editor : Fl. Sigit Suyantoro
Setting : Alek
Desain Cover : Weny
Korektor : Suci Nurasih / Aktor Sadewa

Hak Cipta dilindungi undang-undang.
Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun, baik secara elektronis maupun mekanis, termasuk memfotocopy, merekam atau dengan sistem penyimpanan lainnya, tanpa izin tertulis dari Penulis.

Penerbit: C.V ANDI OFFSET (Penerbit ANDI)
Jl. Beo 38-40, Telp. (0274) 561881 (Hunting), Fax. (0274) 588282
Yogyakarta 55281

Percetakan: ANDI OFFSET
Jl. Beo 38-40, Telp. (0274) 561881 (Hunting), Fax. (0274) 588282
Yogyakarta 55281

Perpustakaan Nasional: Katalog dalam Terbitan (KDT)

Zainuri, Ach. Muhib

Kekuatan Bahan / Ach. Muhib Zainuri;
– **Ed. I**. – Yogyakarta: ANDI,

17 16 15 14 13 12 11 10 09 08

viii + 296 hlm.; 16 x 23 Cm.

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

ISBN: 978 – 979 – 29 – 0438 – 3

I. Judul

1. Machine Engineering

DDC'21 : 621.8

KATA PENGANTAR

Dengan mengucapkan puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas tersusunnya buku ajar *Kekuatan Bahan* (*Strength of Materials*), buku implementasi program Beasiswa Unggulan Depdiknas Tahap IV berdasarkan keputusan Kepala Biro Perencanaan dan Kerjasama Luar Negeri Depdiknas No. 35895/A2.5/LN/2007 dan kerjasama dengan Penerbit ANDI Yogyakarta dapat hadir di hadapan pembaca.

Salah satu aspek yang dapat dijadikan tolok ukur keberhasilan proses belajar-mengajar adalah adanya bahan ajar yang terstruktur dengan metode pembelajaran yang baik. Buku ajar ini ditujukan bagi para dosen dan mahasiswa, yang disusun secara menarik, padat, dan jelas, dengan setiap pokok bahasan dilengkapi contoh soal yang sedapat mungkin merupakan keadaan riil di lapangan (*contextual teaching and learning*) yang dapat dikerjakan secara manual maupun menggunakan komputer dengan program MathCAD.

Kekuatan bahan (*strength of materials*) mempelajari bahan berkaitan dengan gaya luar yang bekerja dan pengaruhnya terhadap pemilihan bahan, merupakan mata kuliah wajib bagi mahasiswa di Jurusan Teknik Mesin dan Teknik Sipil. Desainer teknik dan struktural yang baik harus menguasai konsep dasar komprehensif ilmu kekuatan bahan. Dimulai dekade 1960-an, pendidikan teknik pada umumnya semakin berorientasi pada matematika. Sejumlah persamaan dan pemodelan matematis telah dikembangkan untuk menjelaskan khususnya teori kekuatan (*strength*), baik yang diselesaikan dengan metode analitis maupun numerik.

Buku ini ditulis dengan satuan SI. Setiap topik mempunyai keterkaitan satu sama lain. Dimulai dari Bab 1, penulis memberikan *review* tentang sistem gaya berkaitan dengan kesetimbangan. Konsep ini dipergunakan ketika pembahasan memasuki Bab 4, 8, dan 10. Konsep pada Bab 2 dan Bab 3 selalu digunakan pada pembahasan Bab 7, Bab 8, Bab 9, dan Bab 10. Bab 5 diberikan ketika kita membicarakan teori kekuatan bahan, khusus

nya sifat-sifat mekanis bahan teknik, baik logam maupun non-logam. Begitu seterusnya. Buku ini dirancang untuk dapat dipergunakan selama 1 semester dengan 18 kali pertemuan, termasuk kuis.

Pada buku ini berbagai ilustrasi diberikan secara terperinci. Contoh soal yang diberikan bertujuan untuk memberikan gambaran tentang bagaimana prinsip-prinsip yang diberikan dapat diterapkan. Tidak semua problem kekuatan bahan disajikan penyelesaiannya secara analitik. Beberapa kasus dari suatu pembahasan diselesaikan menggunakan program MathCAD, sebuah perangkat lunak yang menawarkan kemudahan untuk melakukan perhitungan secara tepat dan cepat dengan kemampuan *plotting graphic*. Salah satu kelebihan MathCAD terletak pada kemampuannya dalam mengolah data simbolik secara langsung. Apa yang tertulis di lembar kerja MathCAD juga merupakan hasil akhir (*what you see that what you get*).

Penulis mengucapkan terima kasih kepada ananda Findy Rachmandika Muhammad yang banyak memberikan inspirasi akibat polahnya yang menggemaskan, Sulusiyah, Amd., yang telah banyak membantu dalam penulisan naskah buku ini, Ayahanda Ach. Zainuri, Ibunda Chuzaimah, Ibunda Tijum yang telah memberikan arahan tanpa lelah, adik-adikku: Shodiq, Ning Hidayatus Sholihah, Liszatus Zakiyah, Muhaimin, Lailatur Rachmah, Hanafi, Elly Mufidah, Ita Fauziyah, dan Abdul Mu'im Romadloni yang telah memberikan semangat tiada henti.

Semoga buku ini dapat bermanfaat dalam upaya ikut mencerdaskan bangsa. Kepada para pembaca, penyusun mengharapkan koreksi dan masukan yang dapat meningkatkan kualitas buku ini.

Akhirnya hanya kepada Tuhan Yang Maha Esa jualah kita pulangkan. Karena tanpa izin dan kehendak-Nya maka penyusunan buku ajar ini tidak akan terlaksana.

Penulis

Ach. Muhib Zainuri, ST., M.T.

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR iii

DAFTAR ISI v

BAB 1 SISTEM GAYA 1
- 1.1 SISTEM SATUAN 1
- 1.2 GAYA DAN PENGARUHNYA 2
- 1.3 KARAKTERISTIK GAYA 3
- 1.4 KLASIFIKASI GAYA 3
- 1.5 KESETIMBANGAN GAYA 5
- 1.6 KESETIMBANGAN SISTEM GAYA KONKUREN ... 7
- 1.7 KESETIMBANGAN SISTEM GAYA SEJAJAR 10
- 1.8 KESETIMBANGAN SISTEM GAYA NON-KONKUREN 12
- 1.9 ANALISIS STRUKTUR 14
- LATIHAN SOAL 22

BAB 2 TITIK PUSAT BERAT DAN SENTROID 25
- 2.1 PENDAHULUAN 25
- 2.2 TITIK PUSAT BERAT 25
- 2.3 SENTROID DAN SUMBU SENTROID 29
- 2.4 SENTROID LUASAN KOMPOSIT 30
- LATIHAN SOAL 39

BAB 3 MOMEN INERSIA LUASAN 45
- 3.1 PENDAHULUAN DAN PENGERTIAN 45
- 3.2 MOMEN INERSIA 49
- 3.3 RUMUS PERPINDAHAN 53

3.4 MOMEN INERSIA LUASAN KOMPOSIT 54
3.5 RADIUS GIRASI 58
3.6 MOMEN INERSIA POLAR 60
LATIHAN SOAL 63

BAB 4 TEGANGAN DAN REGANGAN 69
4.1 PENDAHULUAN 69
4.2 TARIKAN DAN TEGANGAN 69
4.3 TEGANGAN GESER 76
4.4 PERANCANGAN TEKNIK 79
4.5 REGANGAN DAN DEFORMASI 81
4.6 REGANGAN GESER 83
4.7 HUBUNGAN TEGANGAN DAN REGANGAN (HUKUM HOOKE) 85
LATIHAN SOAL 95

BAB 5 SIFAT-SIFAT BAHAN TEKNIK 101
5.1 UJI TARIK 101
5.2 DIAGRAM TEGANGAN-REGANGAN 102
5.3 SIFAT-SIFAT MEKANIS BAHAN 104
5.4 BAHAN LOGAM TEKNIK 106
5.5 BAHAN TEKNIK NON-LOGAM 110
5.6 TEGANGAN IJIN DAN TEGANGAN AKTUAL 111
5.7 FAKTOR KEAMANAN 114
5.8 SIFAT ELASTIS – TIDAK ELASTIS 116
LATIHAN SOAL 119

BAB 6 ANALISIS TEGANGAN 123
6.1 PERBANDINGAN POISSON 123
6.2 PENGARUH PANAS 130
6.3 STRUKTUR DISUSUN OLEH DUA ATAU LEBIH BAHAN 134

6.4 KONSENTRASI TEGANGAN 142
6.5 TEGANGAN PADA BIDANG MIRING 146
6.6 TEGANGAN GESER PADA BIDANG SALING TEGAK-LURUS 149
6.7 TARIKAN DAN TEKANAN AKIBAT GESER 150
LATIHAN SOAL 154

BAB 7 BEBAN TORSI 161
7.1 PENDAHULUAN 161
7.2 MATERIAL YANG DIKENAI TORSI 162
7.3 TEGANGAN TORSI 165
7.4 SUDUT PUTAR 172
7.5 TRANSMISI DAYA DENGAN POROS 174
LATIHAN SOAL 178

BAB 8 GESER DAN BENDING PADA BALOK 183
8.1 JENIS DAN TUMPUAN BALOK 183
8.2 JENIS PEMBEBANAN PADA BALOK 186
8.3 GAYA GESER DAN MOMEN BENDING 188
8.4 DIAGRAM GAYA GESER DAN MOMEN BENDING 190
8.5 HUBUNGAN ANTARA BEBAN, GAYA GESER, DAN MOMEN BENDING 199
LATIHAN SOAL 206

BAB 9 TEGANGAN PADA BALOK 211
9.1 TEGANGAN TARIK DAN TEKAN KARENA BENDING 211
9.2 RUMUS MOMEN BENDING 214
9.3 RUMUS TEGANGAN GESER 227
9.4 ANALISIS BALOK 235
9.5 DESAIN BALOK 238
LATIHAN SOAL 243

BAB 10 LENDUTAN BALOK 247
10.1 ALASAN PERHITUNGAN LENDUTAN BALOK 247
10.2 LENGKUNGAN DAN MOMEN BENDING 248
10.3 METODE PERHITUNGAN LENDUTAN 253
10.4 METODE RUMUS 254
10.5 METODE LUAS MOMEN 256
LATIHAN SOAL 269

DAFTAR PUSTAKA 273

APENDIKS A 275

APENDIKS B 279

APENDIKS C 281

APENDIKS D 283

APENDIKS E 285

APENDIKS F 287

BAB 1
SISTEM GAYA

1.1 SISTEM SATUAN

Satuan Internasional (disingkat SI) membagi satuan dalam tiga kelompok, yaitu: (1) satuan dasar, (2) satuan tambahan, dan (3) satuan turunan. SI dibuat dari tujuh satuan dasar, yang diperlihatkan pada Tabel 1.1.

Tabel 1.1 Satuan Dasar dan Simbol

Besaran	Satuan	Simbol
Panjang	meter	m
Massa	kilogram	kg
Waktu	second	s
Arus listrik	ampere	A
Temperatur	kelvin	K
Jumlah zat	mole	mol
Intensitas cahaya	candela	cd

Satuan turunan dinyatakan secara aljabar dalam bentuk satuan dasar dan atau satuan tambahan dengan cara perkalian dan atau pembagian satuan dasar. Satuan turunan dapat dilihat pada Tabel 1.2.

Satuan gaya adalah newton (N), yaitu gaya yang mengakibatkan percepatan sebesar 1 m/s^2 apabila bekerja pada sebuah benda yang mempunyai massa 1 kg. Maka 1 N = 1 kg· m/s^2. Sebuah benda dengan massa 1 kg mengalami gaya gravitasi sebesar 9,81 N. Nilai tepatnya tergantung pada tempat di bumi. Gaya 9,81 N ini sering ditulis 1 kgf. Maka gaya 5 kgf adalah gaya yang sama dengan gaya gravitasi yang bekerja pada benda dengan massa 5 kg. Jika suatu gaya bekerja pada sebuah benda sehingga mengakibatkan percepatan maka arah percepatan tergantung pada arah gaya sehingga besar dan arah gaya yang bekerja dapat ditentukan.

Tabel 1.2 Satuan Turunan

Besaran	Turunan Satuan SI	Simbol	Nama Khusus
Luas	meter persegi	m^2	
Volume	meter kubik	m^3	
Kecepatan linier	meter per second	m/s	
Kecepatan sudut	radian per second	rad/s	
Percepatan linier	meter per second kuadrat	m/s^2	
Frequensi	siklus per detik	Hz	hertz
Kerapatan	kilogram per meter kubik	kg/m^3	
Gaya	kilogram ? meter per second kuadrat	N	newton
Momen gaya	newton ? meter	N ? m	
Tekanan	newton per meter persegi	Pa	pascal
Tegangan	newton per meter persegi	Pa	pascal
Kerja	newton ? meter	J	joule
Energi	newton ? meter	J	joule
Daya	joule per second	W	watt

1.2 GAYA DAN PENGARUHNYA

Gaya (*force*) didefinisikan sebagai tarikan atau dorongan yang bekerja pada sebuah benda yang dapat mengakibatkan perubahan gerak. Umumnya, gaya mengakibatkan dua pengaruh, yaitu: (1) menyebabkan sebuah benda bergerak jika diam atau perubahan gerak jika telah bergerak dan (2) terjadi deformasi. Pengaruh pertama disebut juga pengaruh luar (*external effect*) dan yang kedua disebut pengaruh dalam (*internal effect*).

Apabila beberapa gaya bekerja pada sebuah benda, gaya-gaya tersebut dinyatakan sebagai sistem gaya (*force system*) yang akan dipelajari dalam statika, dinamika, dan kekuatan bahan. Jika sistem gaya yang bekerja pada sebuah benda tidak mengakibatkan pengaruh luar, gaya dikatakan setimbang (*balance*) dan benda dikatakan berada dalam kesetimbangan (*equilibrium*).

Statika mempelajari hubungan antara gaya-gaya yang bekerja pada benda kaku (*rigid body*) pada keadaan diam dan dianggap setimbang. Dinamika

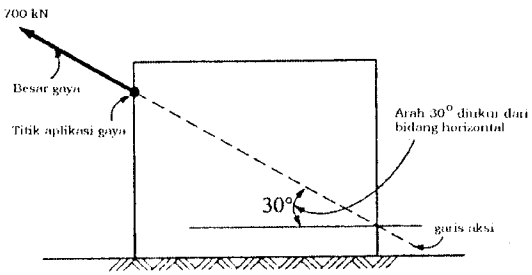
membahas keadaan sebuah benda yang bergerak atau dipercepat, tetapi dapat dibuat setimbang dengan menempatkan gaya inersia secara tepat.

Kekuatan bahan (*strength of materials*) mengkaji kekuatan bahan dalam kaitannya dengan gaya luar yang bekerja pada sebuah benda dan pengaruhnya terhadap gaya dalam benda. Benda tidak dianggap sebagai kaku sempurna (*perfectly rigid*) dan dilakukan perhitungan deformasi benda pada beberapa macam gaya yang bekerja.

1.3 KARAKTERISTIK GAYA

Suatu gaya harus secara lengkap dinyatakan. Gambaran lengkap meliputi informasi mengenai:

1. **Besar** (*magnitude*), mengacu pada ukuran atau besar gaya. Gaya 1000 N memiliki ukuran yang lebih besar daripada gaya 500 N.
2. **Arah** (*direction*), mengacu pada garis lintasan sepanjang garis yang beraksi, disebut garis aksi (*line of action*). Gaya dapat vertikal, horizontal atau membentuk sudut terhadap vertikal atau horizontal.
3. **Titik aplikasi** (*point of application*), mengacu pada titik objek di mana gaya bekerja.

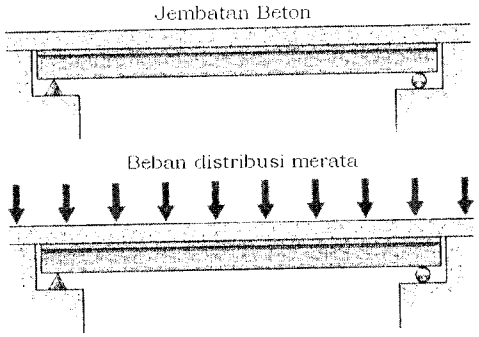


Gambar 1.1 Karakteristik Gaya

1.4 KLASIFIKASI GAYA

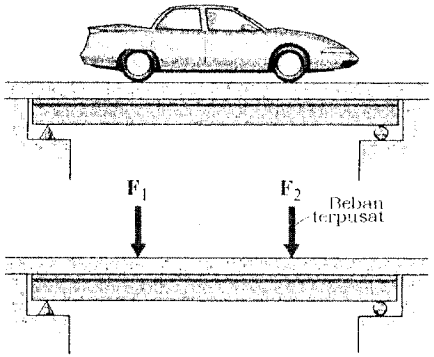
Gaya secara umum dapat dibedakan menjadi dua, yaitu: (1) gaya kontak atau permukaan, misal tarikan atau dorongan , dan (2) gaya tidak kontak atau *body force*, misal tarikan gravitasi bumi pada semua benda.

Gaya dapat juga diklasifikasi berdasarkan aksi gaya terhadap bidang luasan atau volume. Jika sebuah gaya yang bekerja menghasilkan garis tegangan yang menyebar dari beban dan terdistribusi di seluruh benda maka disebut gaya distribusi (*distributed force*). Distribusi dapat merata (*uniform*) atau tidak merata (*non-uniform*). Berat (jumlah dari gaya gravitasi pada sebuah partikel) dari lantai jembatan beton dengan tebal sama (Gambar 1.2) disebut beban distribusi merata (*uniformly distributed load*).



Gambar 1.2 Beban Merata

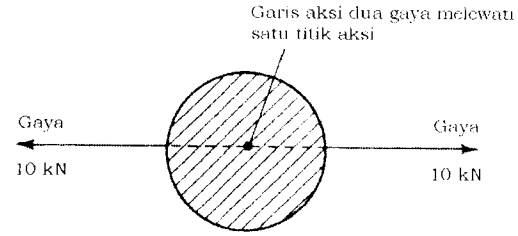
Suatu gaya yang bekerja pada luasan yang relatif kecil disebut gaya terpusat (*concentrated force*). Sebagai contoh, gaya roda mobil yang bekerja pada sebuah jembatan (Gambar 1.3) dapat dianggap beban terpusat (*concentrated load*).



Gambar 1.3 Beban Terpusat

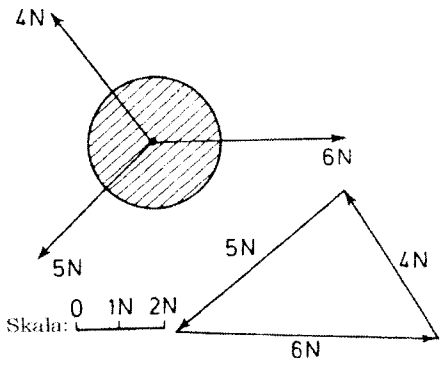
1.5 KESETIMBANGAN GAYA

Jika pada suatu benda bekerja hanya satu gaya, maka benda akan dipercepat searah dengan arah gaya yang bekerja. Jika dua buah gaya bekerja pada sebuah benda tanpa mengalami percepatan maka dikatakan bahwa gaya berada dalam kesetimbangan. Dua gaya yang berada dalam kesetimbangan (Gambar 1.4) harus memenuhi tiga persyaratan, yaitu: (1) harus mempunyai ukuran yang sama, (2) bekerja dalam arah yang berlawanan, dan (3) garis aksi kedua gaya tersebut harus melewati satu titik. Dua buah gaya tersebut dikatakan *concurrent*.



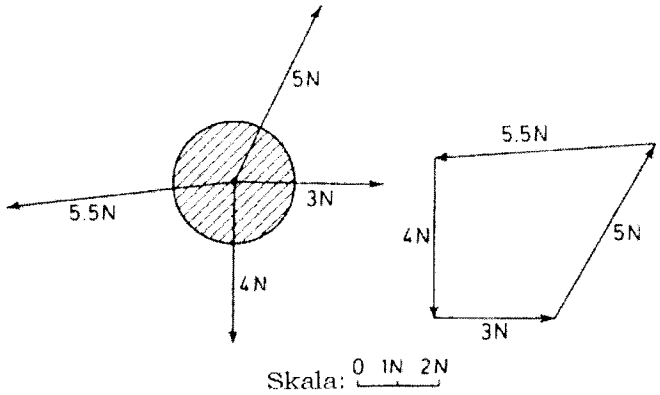
Gambar 1.4 Dua Gaya Berada dalam Kesetimbangan

Tiga buah gaya bekerja pada benda dikatakan dalam kesetimbangan (*equilibrium*) jika memenuhi sejumlah kondisi, yaitu: (1) gaya harus berada pada bidang yang sama – *coplanar*, (2) garis aksi gaya melalui satu titik – *concurrent*, dan (3) jika arah gaya dinyatakan dengan arah panah dan besar gaya dinyatakan dengan panjang garis, maka gaya-gaya tersebut harus membentuk segitiga gaya – *triangle of forces*. Gambar 1.5 menunjukkan contoh tiga gaya, *coplanar* dan *concurrent*, yang berada dalam kesetimbangan dan menghasilkan segitiga gaya.



Gambar 1.5 Tiga Gaya dalam Kesetimbangan

Jika lebih dari tiga gaya bekerja pada benda berada dalam kese-timbangan jika gaya-gaya tersebut *concurrent* dan *coplanar* dan jika setiap besar dan arah gaya dinyatakan dalam garis, maka garis-garis tersebut harus membentuk poligon gaya (*polygon of forces*) yang tertutup. Gambar 1.6 menunjukkan contoh empat gaya bekerja pada satu titik dan semua pada bidang yang sama. Karena gaya berada dalam kesetimbangan, bentuk yang dihasilkan dinyatakan dengan garis yang menunjukkan arah dan besar gaya membentuk poligon tertutup.



Gambar 1.6 Empat Gaya dalam Kesetimbangan

1.6 KESETIMBANGAN SISTEM GAYA KONKUREN

Jika sebuah sistem gaya melalui satu titik berada dalam bidang yang sama (*coplanar concurrent force system*), maka jumlah aljabar komponen vertikal dan horizontal gaya masing-masing harus sama dengan nol. Ini dinyatakan dengan persamaan:

$$\sum F_x = 0 \text{ dan } \sum F_y = 0$$

Sebaliknya, jika dinyatakan $\sum F_y = 0$ dan $\sum F_x = 0$ dalam sistem gaya konkuren, maka dapat kita katakan bahwa sistem dalam kesetimbangan dan resultan gaya adalah sama dengan nol.

CONTOH SOAL 1.1

Benda dengan berat 100 N ditumpu oleh sebuah *tie-boom*, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.7. Tentukan besar gaya C pada boom dan gaya T pada kabel agar dicapai kesetimbangan!

PENYELESAIAN

Diagram benda bebas pada sambungan Q sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.7b. Ada dua gaya yang tidak diketahui, yaitu C dan T, yang dapat diperoleh dengan metode segitiga gaya dan atau metode komponen.

Metode Segitiga Gaya

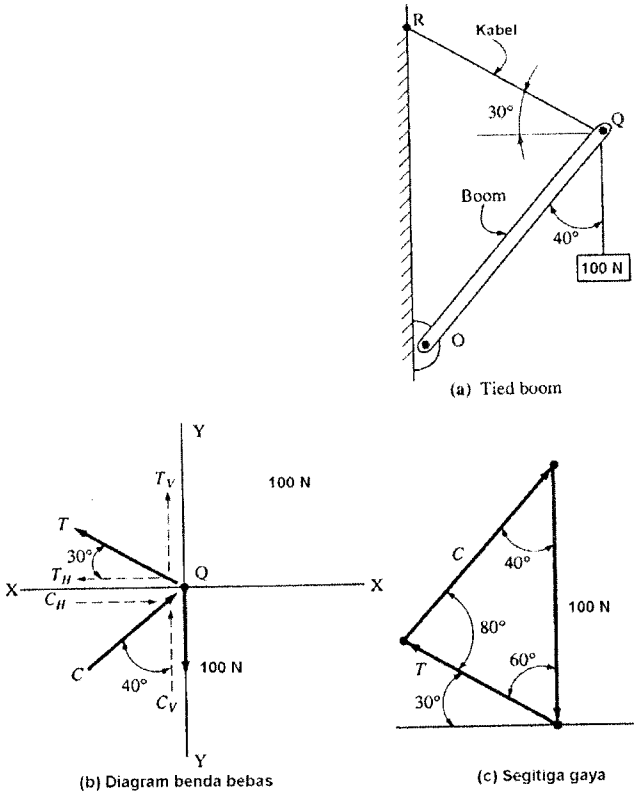
Menggunakan hukum sinus untuk menyelesaikan gaya-gaya yang tidak diketahui:

$$\frac{100}{\sin.180^0} = \frac{T}{\sin.40^0} = \frac{C}{\sin.60^0}$$

Sehingga:

$$T = \frac{\sin.40^0}{\sin.80^0}(100) = 65{,}3 \text{ N}$$

$$C = \frac{\sin.60^0}{\sin.80^0}(100) = 87{,}9 \text{ N}$$



Gambar 1.7 Sistem Gaya Konkuren Koplanar

Metode Komponen

Dari hukum kesetimbangan gaya ($\sum F_y = 0$ dan $\sum F_x = 0$), dua gaya yang tidak diketahui dapat ditentukan.

Jumlah gaya dalam arah mendatar,

$$\sum F_H = -T_H + C_H = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = -T\cos 30^0 + C\sin 40^0 = 0$$

Sehingga,

$$T = \frac{\sin.40^0}{\sin.30^0} C = 0{,}7422.C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(pers. 1)}$$

Jumlah gaya dalam arah vertikal,

$$\sum F_V = +T_V + C_V - 100 = 0$$

$$= +T\sin 30^0 + C\cos 40^0 - 100 = 0$$

Substitusikan dari persamaan 1,

$$0{,}7422\ C(\sin 30^0) + C\cos 40^0 - 100 = 0$$

$$C = 87{,}9 \text{ N}$$

Dari persamaan 1,

$$T = 0{,}7422\ C = 65{,}3 \text{ N}$$

CONTOH SOAL 1.2

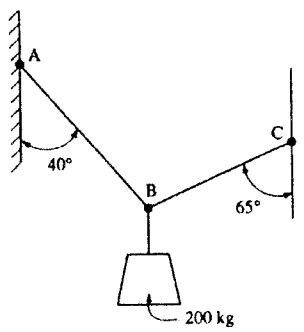
Sebuah blok beton dengan massa 200 kg ditumpu oleh dua kabel sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.8. Tentukan besar tegangan pada kabel agar dicapai kesetimbangan.

PENYELESAIAN

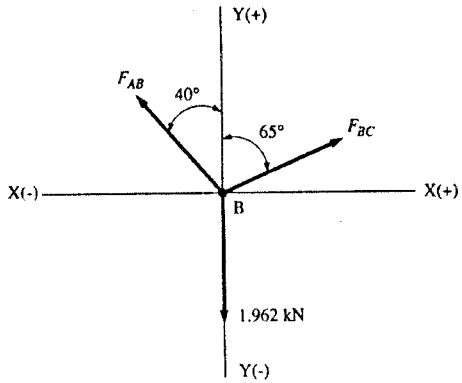
Beban karena blok dihitung dari:

$$W = mg = 200 \text{ kg } (9{,}81 \text{ m/s}^2) = 1.962 \text{ N} = 1{,}962 \text{ kN}$$

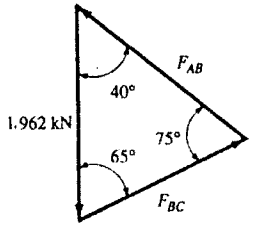
Sistem gaya adalah koplanar dan konkuren. Kedua kabel pastilah tarikan. Untuk menentukan besar tegangan tarik kabel, dapat dilakukan dengan metode komponen dengan menerapkan dua persamaan kesetimbangan terhadap diagram benda bebas pada titik B sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.8b, atau dengan segitiga gaya, ditunjukkan pada Gambar 1.8c.



(a) Diagram tarikan blok oleh kabel



(b) Diagram benda bebas



(c) Segitiga gaya

$$\frac{1{,}962 \times \text{kN}}{\sin.75^0} = \frac{F_{BC}}{\sin.40^0} = \frac{F_{AB}}{\sin.65^0}$$

$$F_{BC} = \frac{\sin.40^0}{\sin.75^0}(1{,}962) = 1{,}306 \times \text{kN}$$

$$F_{AB} = \frac{\sin.65^0}{\sin.75^0}(1{,}962) = 1{,}842 \times \text{kN}$$

Gambar 1.8 Kesetimbangan Gaya Konkuren

1.7 KESETIMBANGAN SISTEM GAYA SEJAJAR

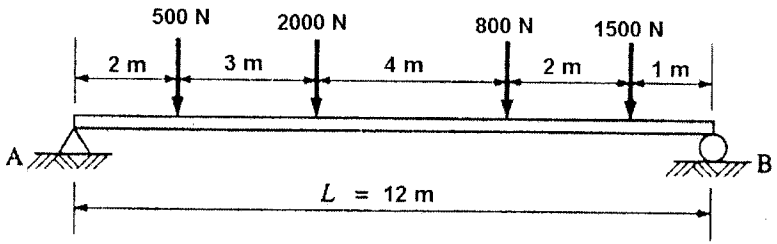
Kesetimbangan sistem gaya sejajar dalam satu bidang (*coplanar parallel force system*), jumlah aljabar gaya-gaya yang bekerja pada sistem dan momen gaya sistem terhadap suatu titik pada bidang harus sama dengan nol. Persyaratan ini dinyatakan dengan:

$$\sum F = 0 \quad \text{dan} \quad \sum M = 0$$

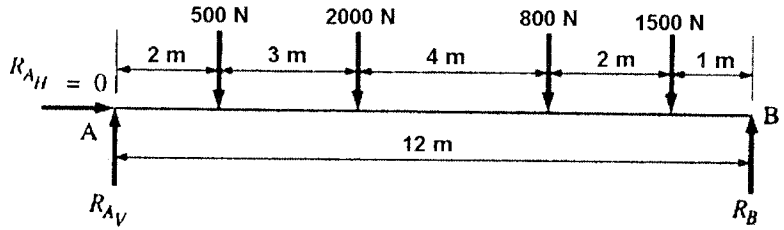
Jenis umum dari problem yang berhubungan dengan sistem gaya sejajar adalah menentukan dua reaksi tumpuan yang tidak diketahui pada balok atau struktural. Dalam menghitung reaksi sistem gaya sejajar, perhatikan penetapan tanda. Momen searah jarum jam terhadap pusat momen dianggap negatif dan momen berlawanan arah jarum jam dianggap positif.

CONTOH SOAL 1.3

Sebuah balok tumpuan sederhana menyangga beban terpusat vertikal sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.9. Hitung reaksi pada masing-masing tumpuan. Abaikan berat balok.



(a) Sistem gaya sejajar pada balok



(b) Diagram benda bebas

Gambar 1.9 Balok pada Contoh 1.2

PENYELESAIAN

Diagram benda bebas sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.9b. Tumpuan pin pada A dapat memberikan reaksi horizontal, tetapi karena

tidak ada gaya atau komponen gaya horizontal maka reaksi mendatar diabaikan.

Dengan menganggap putaran berlawanan arah jarum jam positif, reaksi pada titik B dihitung dengan mengambil gaya momen terhadap titik A:

$$\overset{+}{\circlearrowleft} \sum M_A = + R_B(12) - 500(2) - 2000(5) - 800(9) - 1500(11) = 0$$

$$R_B = 2.892 \text{ N}$$

Reaksi pada titik A dihitung dengan mengambil gaya momen terhadap titik B:

$$\overset{+}{\circlearrowleft} \sum \text{MB} = - \text{RAV}(12) + 1500(1) + 800(3) + 2000(7) + 500(10) = 0$$

$$R_B = 1.908 \text{ N}$$

1.8 KESETIMBANGAN SISTEM GAYA NON-KONKUREN

Jika sistem gaya koplanar, tidak-konkuren dan tidak-sejajar berada dalam kesetimbangan maka jumlah aljabar komponen gaya vertikal dan horizontal harus sama dengan nol. Juga, jumlah aljabar momen gaya terhadap suatu titik bidang juga harus sama dengan nol. Persyaratan ini dinyatakan dengan:

$$\sum F_V = 0, \sum F_H = 0, \text{ dan } \sum M = 0$$

Kesetimbangan dari sistem ini tidak dapat diverifikasi hanya dengan penjumlahan persamaan gaya. Pada banyak kasus, paling tidak satu persamaan momen harus digunakan. Dalam memilih pusat momen, harus diingat bahwa garis gaya yang melalui pusat momen akan berharga nol terhadap pusat momen.

CONTOH SOAL 1.4

Tie boom pada Gambar 1.10a menumpu beban 100 N. Boom di-pin di titik A. Tentukan gaya pada tie dan reaksi pada A.

PENYELESAIAN

Sistem gaya adalah koplanar dan non-konkuren. Diagram benda bebas dari boom ditunjukkan pada Gambar 1.10b. T adalah gaya tarik kabel. Tumpuan pin pada A diganti dengan reaksi horizontal dan vertikal A_H dan A_V. Gaya ke atas dan ke kanan dan momen berlawanan arah jarum jam dianggap positif.

T dihitung dengan menjumlahkan momen terhadap titik A:

$$\sum M_A = + T \times (5 \times \text{m}) - 100 \times \text{N} \times (4 \times \text{m}) = 0$$

$$T = \frac{+400 \times \text{N} \times \text{m}}{+5 \times \text{m}} = +80 \times \text{N}$$

T adalah gaya tarik, beraksi ke kiri (lihat Gambar 1.9b.)

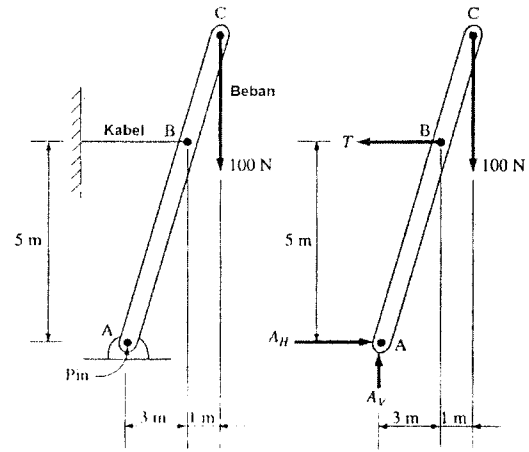
Menentukan A_H dan A_V dengan menjumlahkan gaya horizontal ($\sum F_H = 0$) dan gaya vertikal ($\sum F_V = 0$), yaitu:

$$\sum F_H = -T + A_H = 0$$

$$A_H = T = +80 \times \text{N}$$

$$\sum F_V = -100 \times \text{N} + A_V = 0$$

$$A_V = +100 \times \text{N}$$



Gambar 1.10 Sistem Gaya Non Konkuren

1.9 ANALISIS STRUKTUR

Analisis struktur meliputi penentuan bagaimana beban luar dari titik kerjanya dipindahkan melalui beberapa bagian struktur ke tumpuan luarnya. Kenyataan ini disebut aliran beban (*flow of load*).

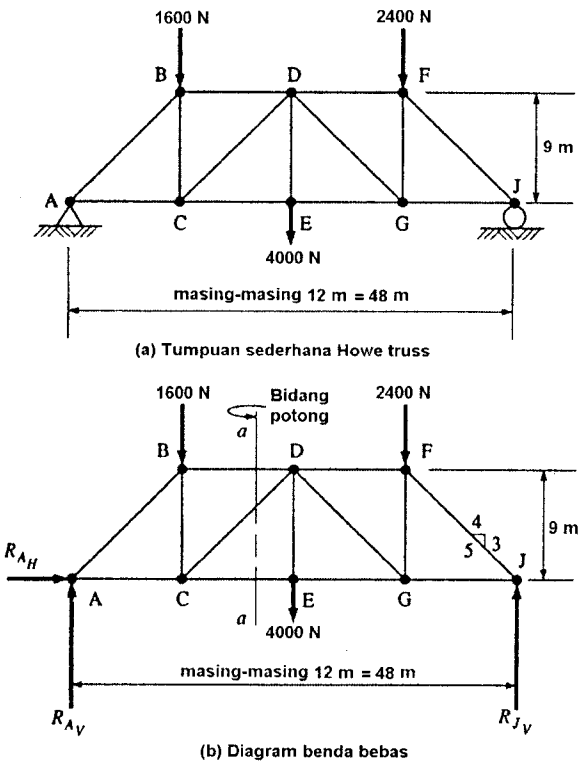
Struktur yang umum adalah *truss* dan *frame*. *Truss* adalah kerangka struktural yang terdiri dari batang lurus, semua terletak pada bidang yang sama dan saling dihubungkan membentuk segitiga atau rangkaian segitiga. *Frame* adalah kerangka struktural yang disusun oleh batang yang bekerja gaya tidak sejajar dengan sumbu batang sehingga bekerja bending.

Untuk menyederhanakan analisis truss, dibuat asumsi sebagai berikut:

1. Semua elemen struktur truss terletak pada bidang yang sama.
2. Semua beban luar dan reaksi yang terjadi bekerja langsung pada titik sambungan elemen truss.
3. Elemen truss dihubungkan oleh sejumlah pin tanpa gesekan.
4. Garis aksi gaya internal terhadap elemen truss adalah aksial.
5. Perubahan panjang elemen truss akibat tarikan atau tekanan besarnya tidaklah cukup untuk mengakibatkan perubahan geometri keseluruhan truss.
6. Berat masing-masing elemen (batang) truss dianggap sangat kecil dibanding beban yang ditumpunya.

CONTOH SOAL 1.5

Tentukan gaya yang bekerja pada batang BD, CD, dan CE dari truss Howe pada Gambar 1.11(a). *Truss* merupakan tumpuan pin di A dan tumpuan rol di J.



Gambar 1.11 Truss Contoh 1.5

PENYELESAIAN

Asumsi : - Berat batang diabaikan.
- Semua sambungan dianggap terbuat dari sambungan sempurna (*perfectly joint*).
- Semua beban luar bekerja langsung pada titik sambungan.

Reaksi di titik A dan J dihitung dari diagram benda bebas sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.11(b).

Dengan menganggap putaran berlawanan arah jarum jam positif, reaksi pada titik B dihitung dengan mengambil gaya momen terhadap titik A:

$$\circlearrowleft + \sum M_J = -R_{AV}(48) + 2400(12) + 4000(24) + 1600(36) = 0$$

$$R_{AV} = 3.800 \text{ N}$$

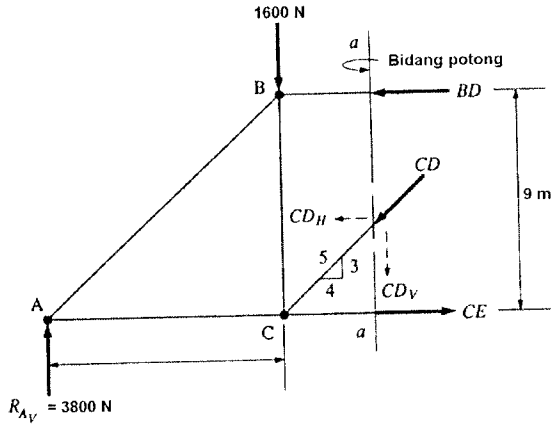
Untuk reaksi di J:

$$\circlearrowleft + \sum M_A = +R_{JV}(48) - 1600(12) - 4000(24) - 2400(36) = 0$$

$$R_{JV} = 4.200 \text{ N}$$

Tidak ada gaya horizontal atau komponen horizontal dari gaya diagonal, maka $R_{AH} = 0$.

Dengan mengetahui reaksi pada truss, gaya internal batang BD, CD, dan CE dapat dihitung. Ini dilakukan dengan menggambar bidang potong *a-a* melalui tiga batang sebagaimana ditunjukkan Gambar 1.12 dan memisahkan bagian kiri truss dari benda bebas. Komponen vertikal dan horizontal batang CD ditunjukkan dengan garis putus-putus. Hubungan di antara komponen vertikal dan horizontal CD menggunakan kemiringan segitiga:



Gambar 1.12 Diagram Benda Bebas

$$\frac{CD}{5} = \frac{CD_H}{4} = \frac{CD_V}{3}$$

Sehingga,

$$CD_V = \frac{3}{5}CD \text{ dan } CD_H = \frac{4}{5}CD$$

Jumlah gaya-gaya vertikal dari benda bebas sehingga kita dapat tentukan gaya batang *CD*:

$$\sum F_V = +3800 - 1600 - CD_V = 0$$

$$= +3800 - 1600 - \left(\frac{3}{5}CD\right) = 0$$

$$CD = +3.667 \times \text{N.(tekanan)}$$

Gaya batang BD dihitung dengan menjumlahkan momen terhadap titik C.

$$\sum M_C = -3800 \times (12) + BD \times (9) = 0$$

$$\text{BD} = +5067 \text{ N (tekanan)}$$

Gaya pada batang CE dihitung dengan menjumlahkan gaya-gaya horizontal. Anggap gaya ke kanan adalah positif.

$$\sum F_H = +CE - BD - CD_H = 0$$

$$= +CE - 56067 - \frac{4}{5} \times (3667) = 0$$

$$\text{CE} = +8000 \text{ N (tarikan)}$$

CONTOH SOAL 1.6

Sebuah *crane* terdiri dari *vertical post*, *horizontal boom*, tumpuan *brace* miring yang menahan beban vertikal 10.000 N sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.13 (a). Crane ditumpu dengan sambungan pin di A. Tumpuan B hanya mengizinkan reaksi horizontal. Batang crane dihubungkan pin di C, D, dan E. Berat batang adalah sebagai berikut: *post* =

1400 N, *boom* = 1500 N dan *brace* = 900 N. Berat batang dianggap bekerja pada titik tengahnya. Hitung semua gaya yang bekerja pada setiap batang di tiga bagian crane.

PENYELESAIAN

Perhatikan frame sebagai benda bebas dan asumsi reaksi eksternal pada A dan B, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.13b. Dari persamaan kesetimbangan, dengan menganggap gaya ke atas dan ke kanan serta momen berlawanan arah jarum jam positif, maka diperoleh:

$$\sum M_A = +B_H\,(14) - 1500 \times (7) - 900 \times (5) - 10.000 \times (14) = 0$$

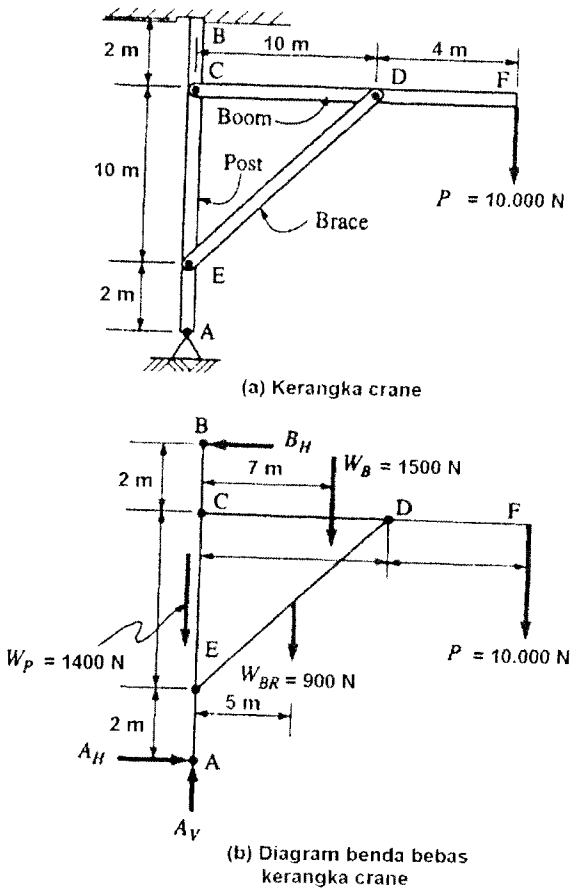
$$B_H = +11.070 \times \text{N} \leftarrow$$

$$\sum F_H = +A_H - B_H = +A_H - 11.070 = 0$$

$$A_H = +11{,}070 \times \text{N} \rightarrow$$

$$\sum F_V = +A_V - 1500 - 1400 - 900 - 10.000 = 0$$

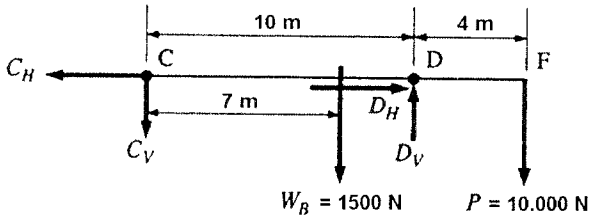
$$A_V = +13.800 \times \text{N} \uparrow$$



Gambar 1.13 Frame Contoh 1.6

Hasil semuanya bernilai positif sehingga dari arah gaya reaksi sama dengan yang diasumsikan. Panah menunjukkan arah gaya.

Perhatikan batang CF pada diagram benda bebas sebagaimana Gambar 1.14. Pengaruh brace dan post pada boom tidak diketahui, sehingga komponen gaya vertikal dan horizontal ditunjukkan pada C dan D. Arah dari komponen gaya sebagaimana diasumsikan pada Gambar 1.14. Dengan menerapkan persamaan kesetimbangan maka diperoleh:



Gambar 1.14 Diagram Benda Bebas Boom

$$\sum M_C = +D_V(10) - 10.000 \times (14) - 1500 \times (7) = 0$$

$$D_V = +15.050 \times \text{N} \quad \uparrow$$

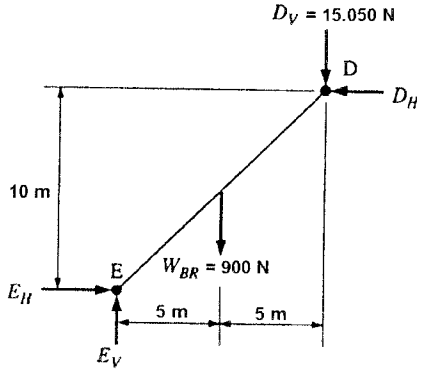
$$\sum F_V = -C_V + D_V - 1500 - 10.000 = 0$$

$$C_V = +15.050 - 1500 - 10.000 = +3500 \times \text{N} \quad \uparrow$$

$$\sum F_H = +D_H - C_H = 0$$

$$D_H = C_H$$

Dua komponen ini tidak dapat ditentukan dari diagram benda bebas ini (terdapat empat gaya yang tidak diketahui dan hanya tiga persamaan kesetimbangan). Selanjutnya kita tentukan gaya pada batang DE sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1.15.



Gambar 1.15 Diagram Benda Bebas Brace

Dengan menerapkan persamaan kesetimbangan akan diperoleh:

$$\sum M_E = +D_H(10) - 15.050 \times (10) - 900 \times (5) = 0$$

$$D_H = +15.500 \times \text{N} \quad \leftarrow$$

$$\sum F_H = +E_H - D_H = 0$$

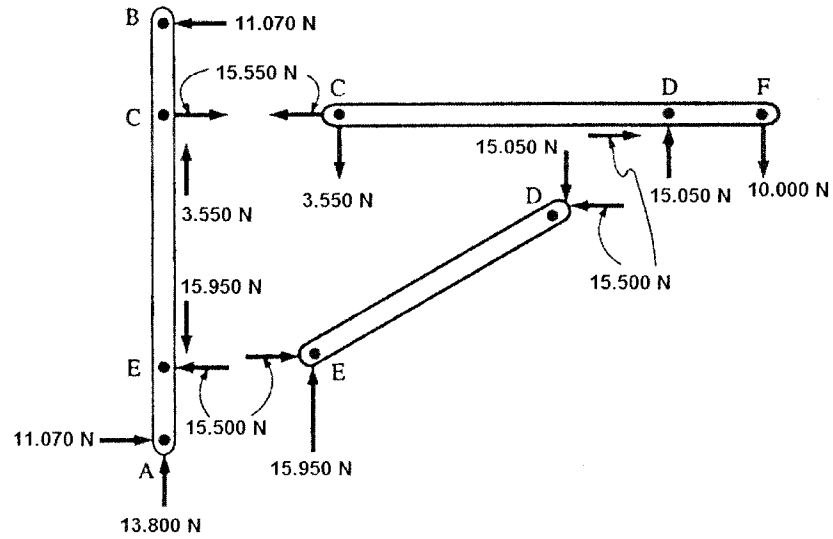
$$E_H = +15.500 \times \text{N}$$

$$\sum F_V = +E_V - 900 - 15.050 = 0 \quad \rightarrow$$

$$E_V = +15.950 \times \text{N} \quad \uparrow$$

Analisis sebelumnya, bahwa $C_H = D_H$, maka $C_H = 15.500$ N.

Diagram benda bebas dengan semua gaya yang telah dihitung ditunjukkan pada Gambar 1.16.



Gambar 1.16 Hasil Analisis

LATIHAN SOAL

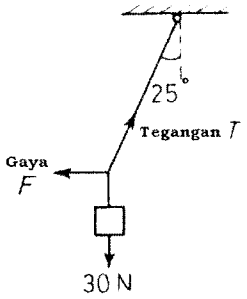
1a. Apakah yang dimaksud dengan ilmu kekuatan bahan (*strength of materials*)?

1b. Bagaimana perbedaan dengan ilmu mekanika (*mechanics*), statika (*statics*), dan dinamika (*dynamics*)?

2a. Jelaskan pengertian kesetimbangan (*equilibrium state*)!

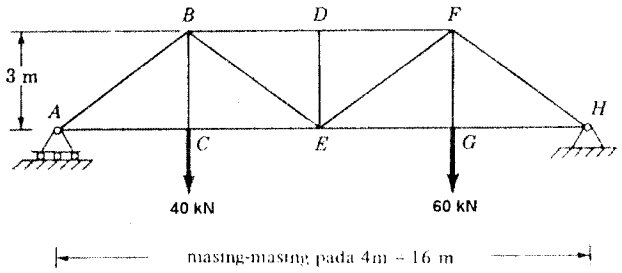
2b. Apa saja syarat yang harus dipenuhi apabila 2, 3, dan 4 buah gaya bekerja pada sebuah benda dalam keadaan setimbang?

3. Tentukan besar gaya F dan tegangan kawat T pada Gambar 1.17 agar dicapai kesetimbangan.



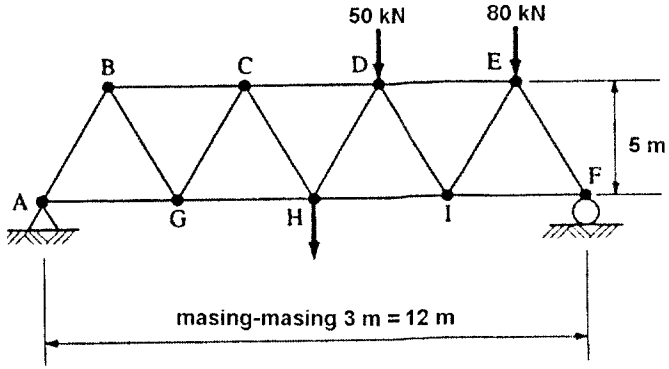
Gambar 1.17 Kesetimbangan Soal No. 3

4. Sebuah Howe truss diperlihatkan pada Gambar 1.18. Jika luas penampang tiap batang 900 mm^2, berat batang diabaikan, dan semua beban luar bekerja langsung pada titik sambungan, tentukan tegangan batang AC dan BD.



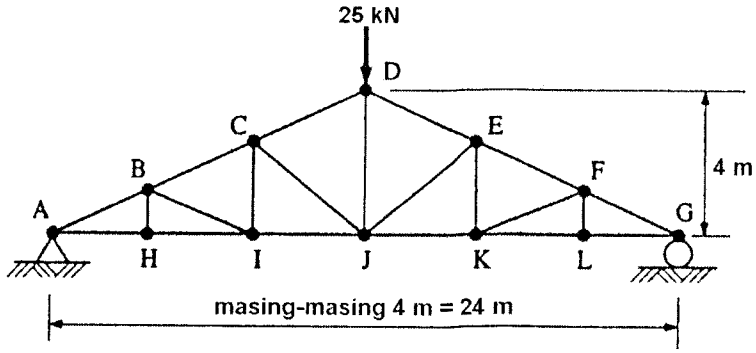
Gambar 1.18 Truss Soal No. 4

5. Tentukan gaya pada batang CD, DH, dan HI untuk truss yang ditunjukkan pada Gambar 1.19 di bawah ini.



Gambar 1.19 Soal No. 5

6. Untuk Howe roof truss pada Gambar 1.20, tentukan gaya pada batang-batang BC, CI dan IJ.



Gambar 1.20 Soal No. 6

BAB 2
TITIK PUSAT BERAT DAN SENTROID

2.1 PENDAHULUAN

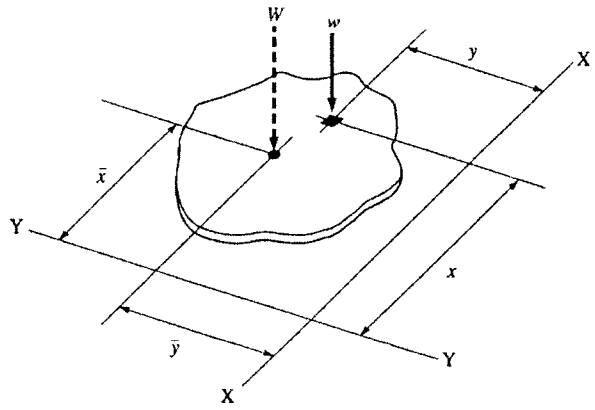
Setiap benda dapat dianggap sebagai susunan partikel-partikel kecil yang masing-masing bereaksi terhadap gaya gravitasi. Gaya-gaya yang bekerja pada partikel-partikel sebuah benda menunjukkan berat benda. Untuk keperluan praktis, gaya-gaya tersebut dianggap sejajar dan bereaksi terhadap gaya vertikal ke arah bawah. Resultan dari masing-masing gaya gravitasi yang bekerja pada tiap partikel benda selalu melalui titik tertentu (*definite point*) yang disebut titik pusat berat (*center of gravity*).

Berat adalah gaya dan dapat dianggap sebagai vektor. Sebagai vektor, berat memiliki besar, arah dan titik aplikasi. Karena arah gaya gravitasi diketahui maka hanya besar dan titik aplikasi yang harus ditentukan. Hal ini bisa ditentukan baik secara eksperimen maupun analisis. Pada bahasan ini kita batasi pada penentuan besar dan lokasi pusat berat secara analisis.

2.2 TITIK PUSAT BERAT

Perhatikan bentuk plat datar tidak beraturan dengan tebal seragam dan bahan yang homogen pada Gambar 2.1. Plat dibagi menjadi elemen kecil tak berhingga (*infinitesimal elements*), suatu elemen berjarak x dari garis sumbu Y-Y dan berjarak y dari sumbu X-X. Berat w dari setiap elemen membentuk sistem gaya sejajar. Resultan adalah berat W dari plat. Besar dari berat total dapat ditulis secara matematika sebagai:

$$W = \sum w$$



Gambar 2.1 Titik Pusat Berat

Untuk menentukan lokasi titik pusat berat (W) dengan menggunakan teorema Varignon bahwa "momen dari resultan terhadap suatu titik atau sumbu harus sama dengan jumlah aljabar dari momen berat masing-masing terhadap titik atau sumbu yang sama". Pernyataan berikut dapat digunakan untuk menentukan titik resultan:

$$W\bar{x} = \sum wx$$

$$W\bar{y} = \sum wy$$

Selesaikan untuk menentukan pusat berat, diperoleh:

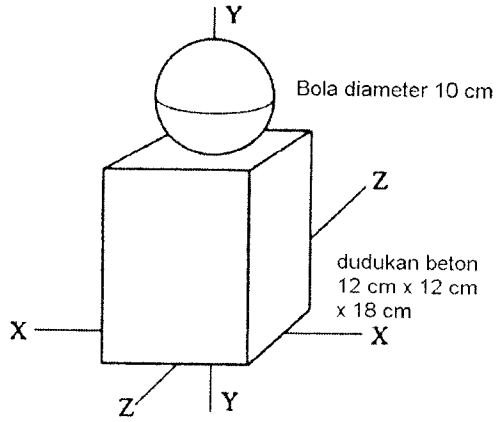
$$\bar{x} = \frac{\sum wx}{W} \text{ atau } \frac{\sum wx}{\sum w} \quad \text{..... (2.1)}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum wy}{W} \text{ atau } \frac{\sum wy}{\sum w} \quad \text{..... (2.2)}$$

Jika plat mempunyai sumbu simetri maka titik pusat berat terletak pada sumbu simetri tersebut. Apabila plat memiliki dua sumbu simetri yang saling tegak lurus (sebagai contoh, plat persegi panjang atau plat lingkaran, pusat berat terletak pada potongan dari sumbu simetri.

CONTOH SOAL 2.1

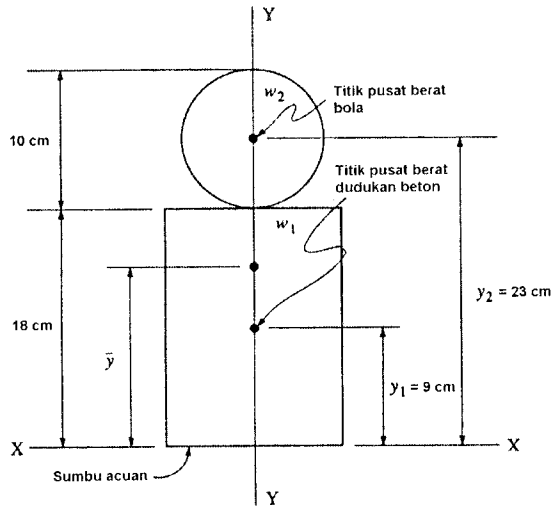
Sebuah bola baja berdiameter 10 cm ditancapkan secara kuat pada dudukan beton persegi berukuran 12 cm. Tinggi dudukan beton 18 cm. Tentukan titik pusat gravitasi benda sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Unit Dua Benda

PENYELESAIAN

Unit dua benda adalah simetris terhadap sumbu Y-Y sehingga pusat berat terletak pada sumbu Y-Y. Berat satuan material dapat diperoleh dari Apendiks E. Nyatakan berat dudukan beton dengan w_1 dan berat bola baja dengan w_2 (lihat Gambar 2.3). Berat masing-masing komponen dihitung sebagai perkalian volume (dalam m^3) dan berat satuan (dalam N/m^3) sebagai berikut:



Gambar 2.3 Lokasi Titik Pusat Berat

$$w_1 = (12 \times 12 \times 18) \times cm^3 \times \left(\frac{1 \times m^3}{10^6 \times cm^3}\right) \times 23{,}6 \times \frac{kN}{m^3}$$

$$= 61{,}17 \text{ N}$$

$$w_2 = \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3\right) \cdot cm^3 \cdot \left(\frac{1 \cdot m^3}{10^6 \cdot cm^3}\right) \cdot 77 \cdot \frac{kN}{m^3}$$

$$= 40{,}32 \text{ N}$$

Sehingga berat total adalah:

$$W = w_1 + w_2 = 61{,}17 + 40{,}32 = 101{,}49 \text{ N}$$

Menggunakan dudukan beton bawah sebagai sumbu acuan (sebagaimana sumbu X-X pada Gambar 3.3) maka pusat berat dapat dihitung:

$$\bar{y} = \frac{\sum w \cdot y}{W} = \frac{w_1 \cdot y_1 + w_2 \cdot y_2}{W}$$

$$= \frac{61{,}17 \cdot (9) + 40{,}32 \cdot (23)}{101{,}49} = 14{,}56 \cdot cm$$

2.3 SENTROID DAN SUMBU SENTROID

Dalam pembahasan kita sebelumnya, perhatian diberikan kepada benda yang memiliki massa dan berat. Seringkali titik pusat berat dari luasan diperlukan. Karena luasan tidak memiliki massa, sehingga tidak boleh mempunyai berat, atau, secara teoretis, tidak mempunyai titik pusat berat, maka titik di dalam suatu luasan akan sama (analog) dengan titik pusat berat dari sebuah benda yang memiliki massa. Umumnya disebut sentroid dari luasan.

Prosedur untuk mendapatkan sentroid dari suatu luasan adalah sama dengan prosedur untuk memperoleh titik pusat berat, kecuali untuk penggantian berikut: a menggantikan w; A menggantikan W. bentuk a menyatakan komponen tak berhingga dari suatu luasan dan A menyatakan $\sum a$ (atau, luas total).

Menerapkan teorema Varignon, "Momen dari luas total terhadap suatu sumbu akan sama dengan jumlah aljabar dari momen-momen komponen luasan terhadap sumbu yang sama". Catatan bahwa momen luas adalah analog dengan momen gaya, kecuali bahwa momen gaya mempunyai arti fisik sedangkan momen luas merupakan konsep matematis.

$$A\bar{x} = \sum ax$$
$$A\bar{y} = \sum ay$$

Sehingga untuk menentukan titik lokasi sentroid diperoleh:

$$\bar{x} = \frac{\sum ax}{A} atau \frac{\sum ax}{\sum a} \quad \text{..... (2.3)}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum ay}{A} atau \frac{\sum ay}{\sum a} \quad \text{..... (2.4)}$$

Koordinat yang diperoleh dari persamaan (2.3) dan (2.4) menunjukkan sentroid suatu luasan. Suatu sumbu yang melalui sentroid disebut sumbu sentroid. Sumbu sentroid sangat besar pengaruhnya dalam perhitungan statika dan kekuatan bahan. Luas dan posisi sentroid untuk beberapa

bentuk geometris sederhana telah ditentukan secara matematis seperti ditunjukkan pada Tabel 2.1.

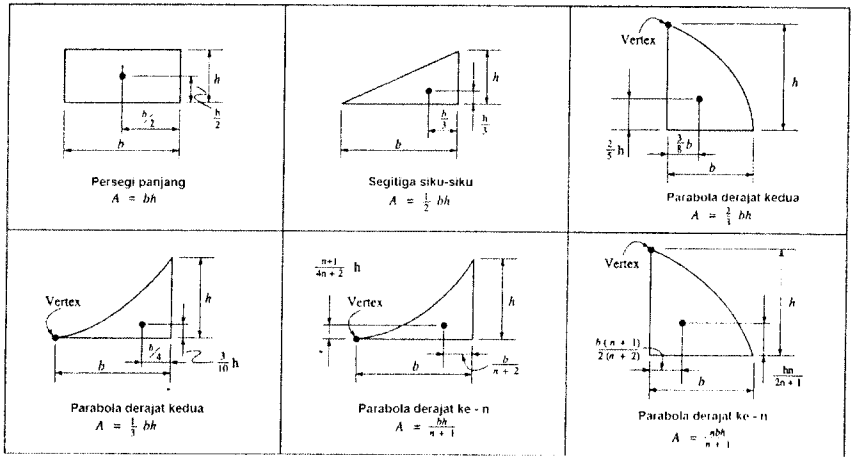
2.4 SENTROID LUASAN KOMPOSIT

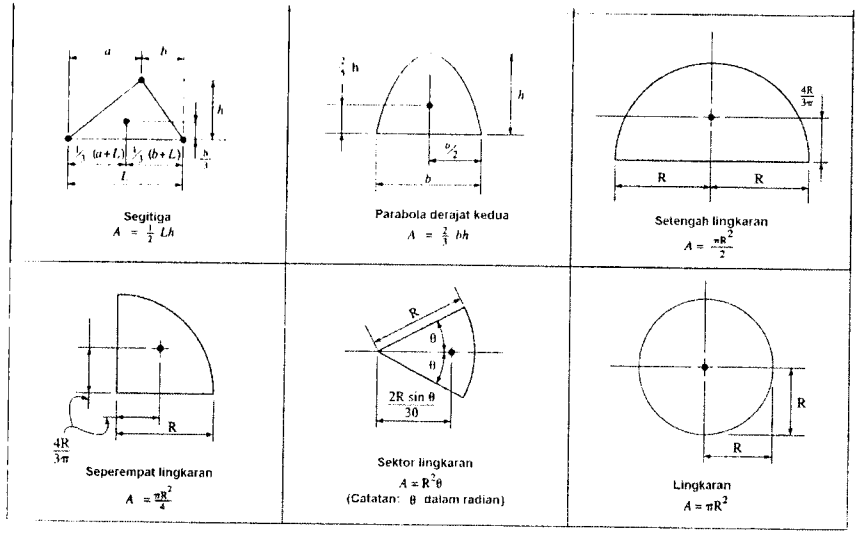
Suatu luasan komposit dapat dinyatakan sebagai sejumlah luas geometris sederhana atau bentuk-bentuk standar. Banyak dari struktur permesinan merupakan kombinasi dari beberapa macam bentuk yang disambung (biasanya dengan pengelasan) menjadi satu unit utuh.

Untuk menentukan titik sentroid dari luasan komposit dapat dilakukan dengan:

1. sket luasan komposit, tunjukkan semua ukuran yang diketahui.
2. tentukan sumbu simetri. Gunakan sistem koordinat X-Y sebagai acuan.
3. bagi luasan menjadi komponen luasan. Masing-masing luasan harus sebanding sehingga luasan dan titik lokasi sentroid dapat ditentukan.
4. gunakan persamaan (2.3) dan/atau (2.4) untuk menentukan titik koordinat sentroid.

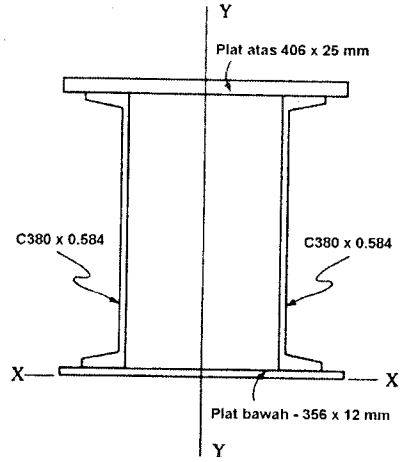
Tabel 2.1 Luasan dan Posisi Sentroid





CONTOH SOAL 2.2

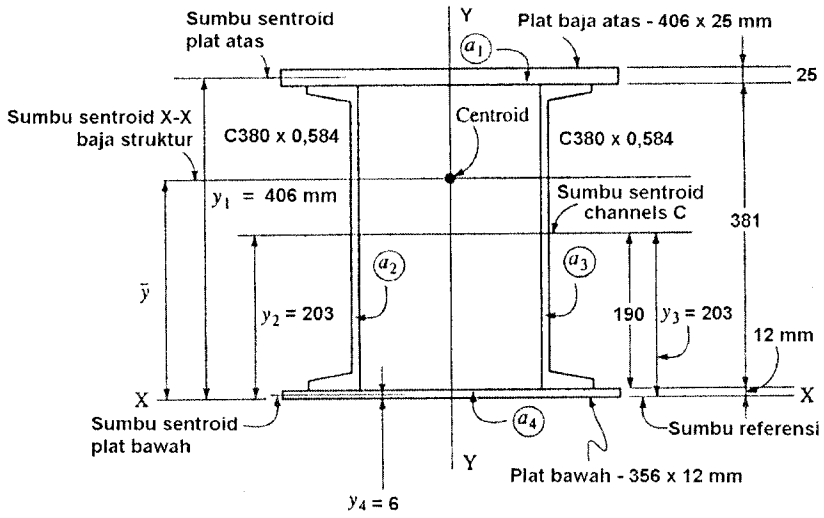
Sebuah baja, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.4 di bawah ini, dibuat dari dua buah besi channels dimensi C380 x 0,584, plat baja atas 406 x 25 mm, dan plat baja bawah 356 x 12 mm. Semua komponen dilas bersama sehingga menjadi unit tunggal. Tentukan sumbu sentroid X–X.



Gambar 2.4 Baja Struktural

PENYELESAIAN

Pada masalah ini komposit adalah simetris terhadap sumbu Y–Y. Sisi bawah, yaitu plat bawah, dipilih sebagai acuan sumbu X–X.



Gambar 2.5 Tempat Sumbu Sentroid

Luasan komponen sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.5. Luasan ditentukan sebagai berikut:

$a_1 = 0{,}406 \times 0{,}025 = 0{,}01015\ m^2$

$a_2 = 7{,}61 \times 10^{-3}\ m^2$
$a_3 = 7{,}61 \times 10^{-3}\ m^2$ } Lihat Apendiks C

$a_4 = 0{,}356 \times 0{,}012 = 0{,}004272\ m^2$

$A = \sum a = 0{,}029642\ m^2$

Komponen meliputi dua buah plat persegi panjang dan dua channels standar. Semua sifat dan dimensi channels diperoleh dari Apendiks C. Lokasi dari komponen sentroid, yaitu ukuran y, dihitung sebagaimana ditunjukkan oleh Gambar 2.5, adalah sebagai berikut:

$y_1 = 12 + 381 + 13 = 406\ mm = 0{,}406\ m$

$y_2 = y_1 - 190 + 12 = 202\ mm = 0{,}202\ m$

$y_4 = 6\ mm = 0{,}006\ m$

dengan menerapkan persamaan (2.4):

$$\bar{y} = \frac{\sum ay}{A} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3 + a_4y_4}{A}$$

$$= \frac{1{,}015 \times 10^{-2} \cdot 0{,}406 + [2 \times (7{,}61 \times 10^{-3} \cdot 0{,}202)] + 4{,}272 \times 10^{-3} \cdot 0{,}006}{0{,}029642}$$

$= 0{,}244\ m$

∴ Sumbu sentroid X–X terletak 244 mm di atas sumbu acuan.

Penentuan sumbu sentroid dapat dilakukan menggunakan lembar kerja elektronik (misal Excel). Perhitungan di atas dengan menggunakan Excel dapat dilihat pada Tabel 2.2 di bawah ini.

Tabel 2.2 Format Tabel Contoh 2.2

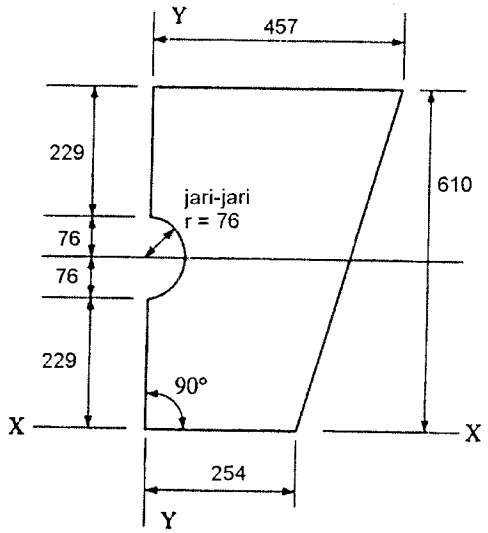
Luas Komponen	a (m^2)	y (m)	ay (m^3)	Catatan
a_1	0,01015	0,406	0,004121	Plat atas
a_2	7,61 x 10^{-3}	0,202	0,001537	Kanal C
a_3	7,61 x 10^{-3}	0,202	0,001537	Kanal C
a_4	0,004272	0,006	0,000026	Plat bawah
$\sum$	0,029642		0,007221	

Maka substitusi nilai dari Tabel 2.2 diperoleh:

$$\bar{y} = \frac{\sum ay}{\sum a} = \frac{0{,}007221}{0{,}029642} = 0{,}244m = 244mm$$

CONTOH SOAL 2.3

Tentukan lokasi sumbu sentroid X–X dan Y–Y untuk luasan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.6 di bawah ini.



Gambar 2.6 Luasan Komposit

PENYELESAIAN

Pertama, kita tempatkan sistem koordinat X–Y pada luasan komposit (pada kuadran I), sebagaimana tampak pada Gambar 2.7. Bagi luasan menjadi komponen luasan geometrik sederhana. Anggap sebagai luasan bujur sangkar (a_1) 457 x 610 mm, dan kemudian keluarkan luasan segitiga (a_2) dan setengah lingkaran (a_3). Luasan a_2 dan a_3 akan berharga negatif.

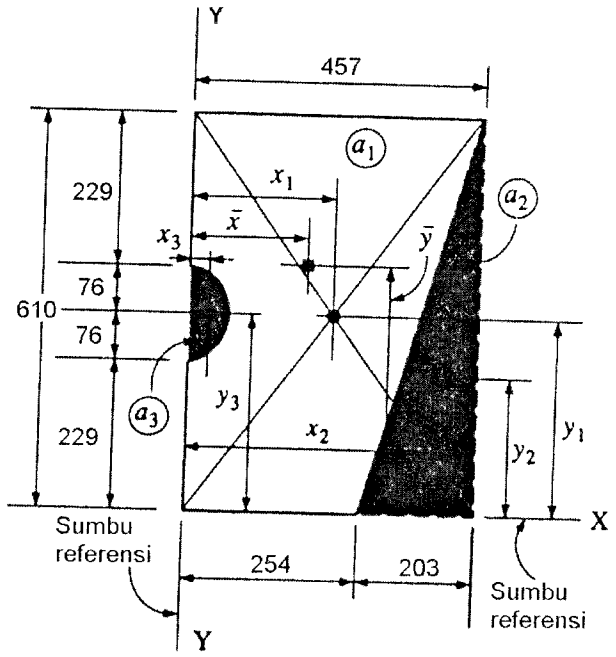
Perhitungan luas dilakukan sebagai berikut:

$a_1 = 457 \times 610 = 278770 \text{ mm}^2$

$a_2 = 0{,}5 \cdot (203) \cdot (610) = -61915 \text{ mm}^2$

$a_3 = 0{,}5 \cdot (\pi) \cdot (76^2) = -9073 \text{ mm}^2$

$A = \sum a = 207782 \text{ mm}^2$



Gambar 2.7 Penentuan Sumbu Sentroid

Tentukan $\bar{x}$ terhadap sumbu referensi Y–Y dengan dimensi x yang mana untuk setiap luas komponen ditentukan sebagai berikut (gunakan Tabel 2.1 untuk segitiga dan setengah lingkaran):

$$X = 228{,}5 \text{ mm}$$

$$x_2 = 254 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot (203) = 389{,}3mm$$

$$x_3 = \left(\frac{4R}{3\pi}\right) = \left(\frac{4 \cdot (76)}{3 \cdot (\pi)}\right) = 32{,}3mm$$

Dari persamaan (2.3) diperoleh:

$$\bar{x} = \frac{\sum ax}{A} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3}{A}$$

$$= \frac{278770 \times (228{,}5) + (-61915) \times (389{,}3) + (-9073) \times (32{,}3)}{207782}$$

$$= 189{,}2 \text{ mm}$$

Kemudian tentukan $\bar{y}$ terhadap sumbu referensi X–X dengan dimensi y untuk setiap komponen luasan ditentukan sebagai berikut:

$$y_1 = 305 \; mm$$

$$y_2 = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot (610) = 203{,}3 \cdot mm$$

$$y_3 = 305 \; mm$$

Dari persamaan (3.4) diperoleh:

$$\bar{y} = \frac{\sum ay}{A} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3}{A}$$

$$= \frac{278770 \cdot (305) + (-61915) \cdot (203{,}3) + (-9073) \cdot (305)}{207782}$$

$$= 335{,}3 \text{ mm}$$

$\therefore$ koordinat sentroid adalah (189,2 ; 335,3)

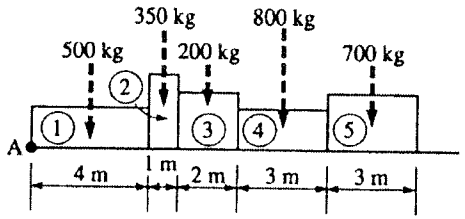
Catatan:

Untuk perhitungan contoh soal 2.3, dapat dikerjakan dengan menggunakan sistem tabel (gunakan MS Excel). Cobalah Anda kerjakan sendiri sebagai latihan.

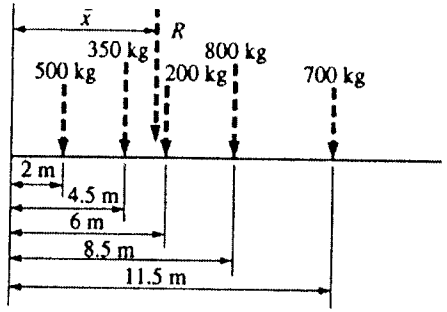
CONTOH SOAL 2.4

Unjuk kerja suatu pesawat terbang, salah satunya dipengaruhi oleh penempatan muatan pesawat (*cargo load*). Penempatan pada titik berat

adalah sangat kritis. Anggap penempatan beban seperti ditunjukkan pada Gambar 2.8(a) yang disusun menjadi lima peti (diberi nomor 1 sampai 5) dengan massa dalam kilogram, masing-masing 500, 350, 200, 800, dan 700. Anggap bahwa titik pusat berat pada titik pusat peti. Tentukan titik pusat berat beban terhadap titik acuan A.



(a) Diagram Muatan Kargo



(b) Diagram Beban

Gambar 2.8 Contoh Soal 2.4

PENYELESAIAN

Berat masing-masing peti dapat ditentukan tetapi hal ini tidak diperlukan karena berat sebanding (proporsional) terhadap massa yang diketahui besarnya. Massa yang akan dipakai. Resultan massa R adalah:

$$R = \sum m = 500 + 350 + 200 + 800 + 700 = 2550 \text{ kg}$$

R ditunjukkan pada Gambar 2.8(b). Posisi dari resultan (yang melalui titik pusat berat) dihitung dengan teorema Varignon, yaitu:

$$R\bar{x} = \sum mx$$

Sehingga:

$$\bar{x} = \frac{\sum mx}{R}$$

$$\bar{x} = \frac{500(2) + 350(4,5) + 200(6) + 800(8,5) + 700(11,5)}{2550}$$

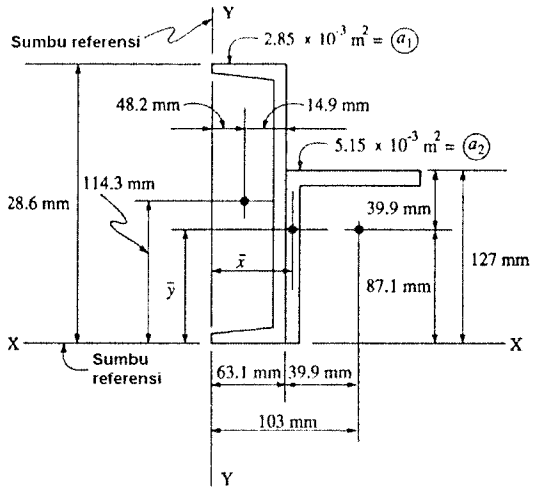
$$\bar{x} = 7,30 \cdot m$$

CONTOH SOAL 2.5

Suatu baja struktural sebagaimana ditunjukkan Gambar 2.9 di bawah ini dibuat dari besi kanal C230 X 0,219 dan besi siku L127 X 127 X 22,2. Dua bentuk besi dilas sehingga menjadi satu unit tunggal. Tentukan sentroidnya.

PENYELESAIAN

Apendiks C dan D diperlukan untuk menyelesaikan persoalan ini. Ukuran yang diperlukan ditunjukkan pada Gambar 2.9. Luasan untuk besi siku adalah 5,15 X 10^{-3} m^2 dan luasan untuk besi kanal adalah 2,85 X 10^{-3} m^2.



Gambar 2.9 Contoh Soal 2.5

Gunakan persamaan (2.3):

$$\bar{x} = \frac{\sum ax}{\sum a}$$

$$= \frac{\left(2,85 \times 10^{-3} \cdot m^2\right) \cdot (48,2 \cdot mm) + \left(5,15 \times 10^{-3} \cdot m^2\right) \cdot (103 \cdot mm)}{\left(2,85 \times 10^{-3} \cdot m^2\right) + \left(5,15 \times 10^{-3} \cdot m^2\right)}$$

= 83,5 mm

Gunakan persamaan (2.4):

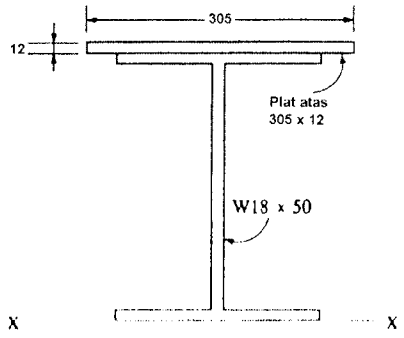
$$\bar{y} = \frac{\sum ay}{\sum a}$$

$$= \frac{\left(2,85 \times 10^{-3} \cdot m^2\right)(114,3 \cdot mm) + \left(5,15 \times 10^{-3} \cdot m^2\right)(87,1 \cdot mm)}{\left(2,85 \times 10^{-3} \cdot m^2\right) + \left(5,15 \times 10^{-3} \cdot m^2\right)}$$

= 96,8 mm

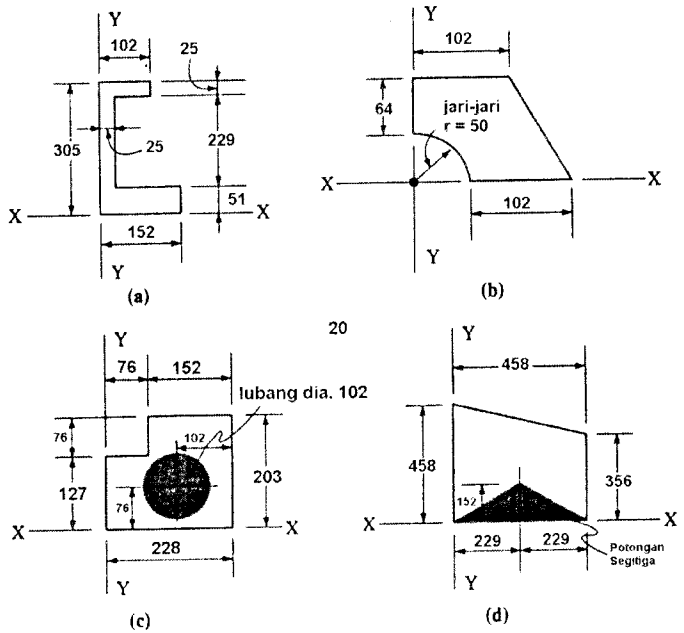
LATIHAN SOAL

1. Sebuah baja struktural dibuat dari *wide flange* W18 x 50 yang kemudian dilas dengan plat berukuran 305 x 12 sebagaimana ditunjukkan Gambar 2.10. Tentukan sumbu sentroid pada bidang X–X.



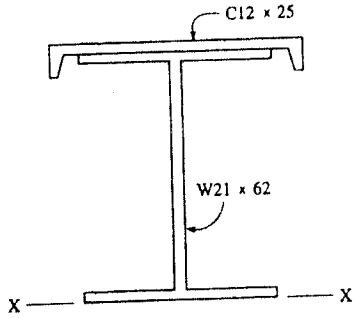
Gambar 2.10 Soal No 1

2. Tentukan sumbu sentroid pada bidang X–X dan Y–Y pada bangun luasan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2.11 di bawah ini.



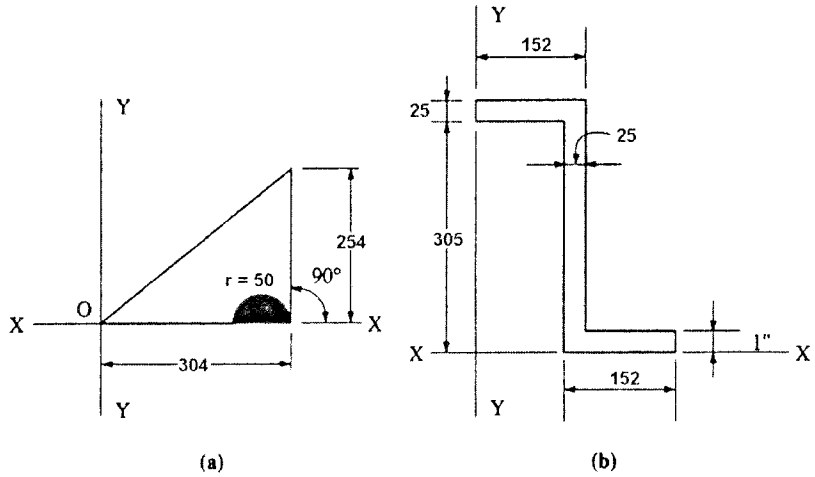
Gambar 2.11 Soal No. 2

3. Sebuah baja struktural disusun dari dua baja, wide flange W21 x 62 dengan besi kanal C12 x 25 sebagaimana tampak pada Gambar 2.12 di bawah ini. Tentukan sumbu sentroid.



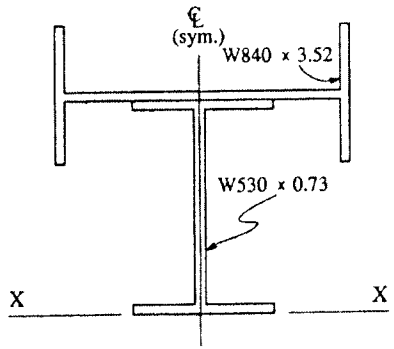
Gambar 2.12 Soal No. 3

4. Tentukan posisi sumbu sentroid untuk luasan sebagaimana tampak pada Gambar 2.13 di bawah ini (semua ukuran dalam mm).



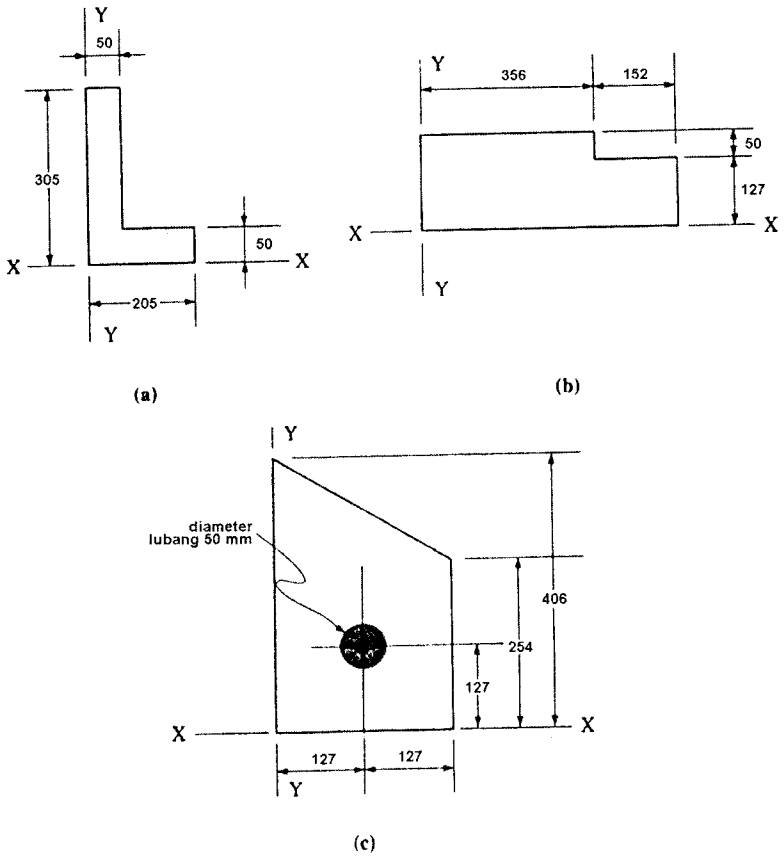
Gambar 2.13 Soal No. 4

5. Tentukan sumbu sentroid X–X sebagaimana tampak pada Gambar 2.14 di bawah ini.



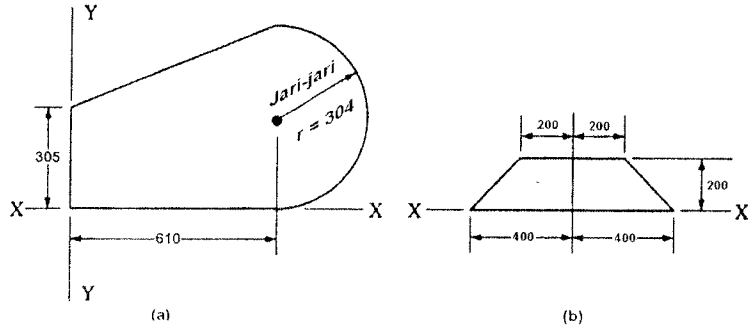
Gambar 2.14 Soal No. 5

6. Tentukan sumbu sentroid X–X dan Y–Y untuk luasan yang ditunjukkan pada Gambar 2.15.



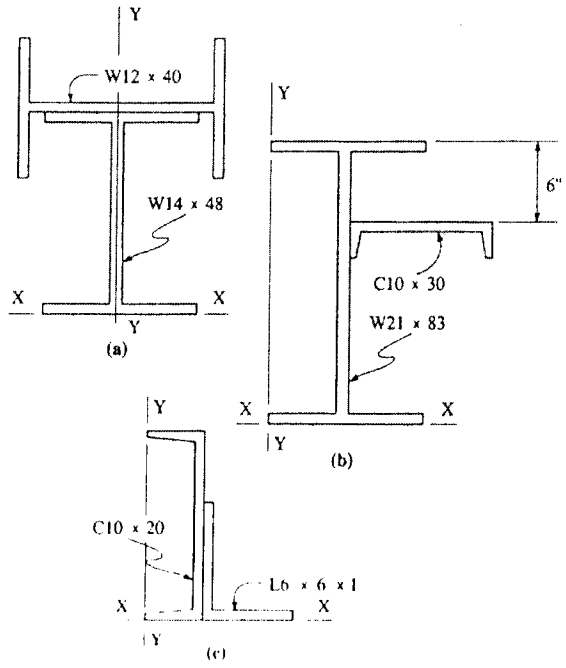
Gambar 2.15 Soal No. 6

7. Tentukan sumbu sentroid X–X dan Y–Y untuk luasan pada Gambar 2.16.



Gambar 2.16 Soal No. 7

8. Tentukan posisi sumbu sentroid untuk baja struktural sebagaimana tampak pada Gambar 2.17 (semua ukuran dalam mm).



Gambar 2.17 Soal No. 8

BAB 3
MOMEN INERSIA LUASAN

3.1 PENDAHULUAN DAN PENGERTIAN

Pada bab ini dan selanjutnya kita akan menelaah aspek kekuatan permesinan dan baja struktural. Salah satu konsep yang perlu dipelajari adalah momen inersia. Momen inersia dari suatu luasan merupakan konsep abstrak dalam ilmu kekuatan bahan. Konsep ini bukan merupakan sifat dari luasan, tetapi lebih merupakan besaran matematis murni, merupakan konsep yang sangat penting di dalam mempelajari kekuatan bahan.

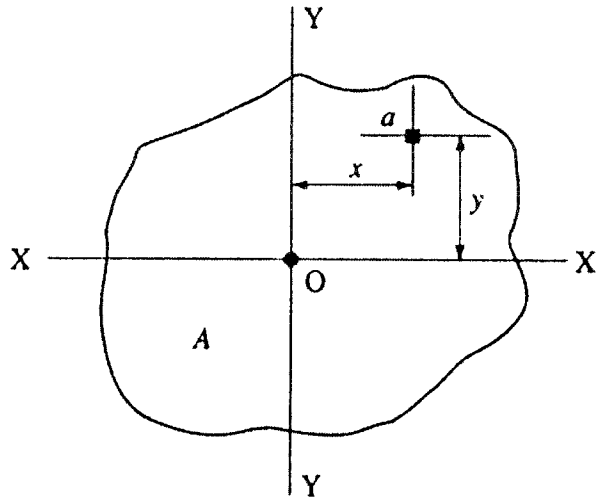
Perhatikan luasan bidang A pada Gambar 3.1. Nyatakan X-X dan Y-Y sebagai sumbu persegi panjang pada luasan. Luasan A dibagi menjadi luasan kecil-kecil (dinyatakan dengan a). Koordinat a adalah jarak terhadap sumbu x dan y. Suatu momen inersia harus selalu dihitung terhadap sumbu tertentu. Pada Gambar 3.1, jika kita mempunyai momen inersia terhadap sumbu X-X dinyatakan dengan I_x, atau terhadap sumbu Y-Y dinyatakan dengan I_y. Momen inersia dinyatakan sebagai jumlah semua luasan kecil-kecil, masing-masing dikalikan dengan kuadrat jarak (lengan momen) dari sumbu yang dilihat.

Dari Gambar 3.1, momen inersia terhadap sumbu X-X adalah jumlah dari perkalian masing-masing luasan a dan kuadrat dari lengan momen y, atau:

$$I_x = \sum ay^2 \quad \text{..... (3.1)}$$

Dengan cara yang sama, momen inersia terhadap sumbu Y-Y adalah:

$$I_y = \sum ax^2 \quad \text{..... (3.2)}$$

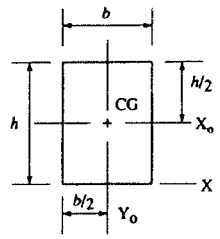
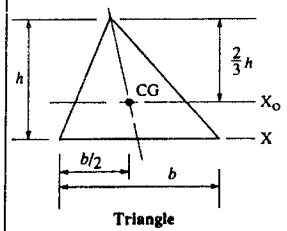
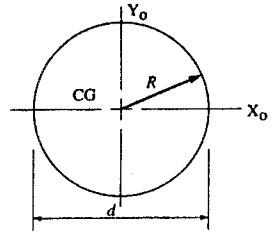


Gambar 3.1 Momen Inersia Luasan

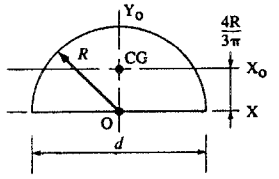
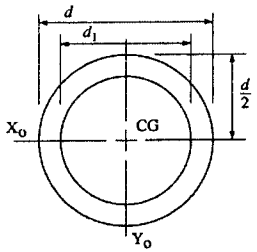
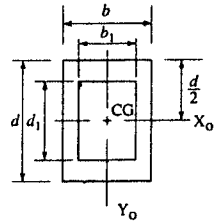
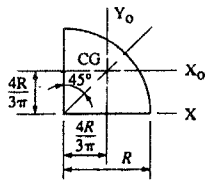
Pernyataan matematis pada persamaan (3.1) dan (3.2) kadang disebut momen kedua (*second moment*) dari luasan, karena masing-masing luasan kecil, jika dikalikan dengan lengan momen, memberikan momen luas (atau momen pertama luasan). Pernyataan momen inersia luasan sesungguhnya kurang tepat karena bidang luasan tidak mempunyai tebal sehingga tidak mempunyai massa atau inersia. Ini lebih dari pernyataan lama, tetapi akan dipakai selanjutnya pada buku ini.

Karena momen inersia adalah luasan dikalikan kuadrat jarak maka satuan SI adalah mm^4 atau m^4. Momen inersia selalu berharga positif. Besaran momen inersia adalah diukur dari kemampuan suatu penampang luasan terhadap tahanan tekuk (*buckling*) atau lentur (*bending*). Jadi, jika dua buah balok terbuat dari bahan yang sama, tetapi mempunyai luas penampang yang berbeda maka balok yang memiliki luas penampang lebih besar akan mempunyai nilai momen inersia lebih besar. Akan tetapi balok dengan momen inersia lebih besar tidak selalu mempunyai luas penampang lebih besar. Distribusi luasan relatif terhadap sumbu referensi akan juga menentukan besar momen inersia.

Tabel 3.1 Sifat-sifat Luasan

Bentuk	Luasan (A)	Momen Inersia (I)	Radius Girasi (r)	Momen Inersia Polar (J)
 Rectangle	$A = bh$	$I_{x_o} = \frac{bh^3}{12}$ $I_{y_o} = \frac{hb^3}{12}$ $I_x = \frac{bh^3}{3}$	$r_{x_o} = \sqrt{\frac{h}{12}}$ $r_{y_o} = \sqrt{\frac{b}{12}}$ $r_x = \sqrt{\frac{h}{3}}$	$J_{CG} = \frac{bh}{12}(h^2 + b^2)$
 Triangle	$A = \frac{bh}{2}$	$I_{x_o} = \frac{bh^3}{36}$ $I_x = \frac{bh^3}{12}$	$r_{x_o} = \sqrt{\frac{h}{18}}$ $r_x = \sqrt{\frac{h}{6}}$	
 Circle	$A = \frac{\pi d^2}{4}$ $= 0.7854d^2$	$I_{x_o} = I_{y_o} = \frac{\pi d^4}{64}$	$r_{x_o} = r_{y_o} = \frac{d}{4}$	$J_{CG} = \frac{\pi d^4}{32}$

Tabel 3.1 Sambungan

Bentuk	Luas (A)	Momen Inersia (I)	Radius Girasi (r)	Momen Inersia Polar (J)
 Semicircle	$A = \frac{\pi R^2}{2}$ $= 1.571R^2$	$I_{x_o} = 0.1098R^4$ $I_{y_o} = I_x = \frac{\pi R^4}{8}$ $= 0.3927R^4$	$r_{x_o} = 0.264R$ $r_{y_o} = r_x = \frac{R}{2}$	$J_{CG} = I_{x_o} + I_{y_o}$ $= 0.5025R^4$ $J_o = \frac{\pi R^4}{4}$
 Hollow Circle	$A = \frac{\pi (d^2 - d_1^2)}{4}$ $= 0.7854(d^2 - d_1^2)$	$I_{x_o} = \frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{64}$ $I_{y_o} = I_{x_o}$	$r_{x_o} = \frac{\sqrt{d^2 + d_1^2}}{4}$ $r_{y_o} = r_{x_o}$	$J_{CG} = \frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{32}$
 Hollow Rectangle	$A = bd - b_1d_1$	$I_{x_o} = \frac{bd^3 - b_1d_1^3}{12}$ $I_{y_o} = \frac{db^3 - d_1b_1^3}{12}$	$r_{x_o} = \sqrt{\frac{bd^3 - b_1d_1^3}{12A}}$ $r_{y_o} = \sqrt{\frac{db^3 - d_1b_1^3}{12A}}$	$J_{CG} = I_{x_o} + I_{y_o}$
 Quarter-Circle	$A = \frac{\pi R^2}{4}$	$I_{x_o} = I_{y_o} = 0.0549R^4$ $I_x = \frac{\pi R^4}{16}$	$r_{x_o} = r_{y_o} = 0.2644R$ $r_x = 0.5R$	$J_{CG} = 0.1098R^4$

3.2 MOMEN INERSIA

Pendekatan untuk menentukan momen inersia dari suatu luasan dapat diperoleh dengan membagi luas total menjadi luasan komponen tertentu. Momen inersia masing-masing komponen kemudian dapat dihitung dengan menggunakan $\sum ax^2$ atau $\sum ay^2$. Momen inersia dari luasan total adalah sama dengan jumlah momen inersia dari komponen luasan. Ini akan menghasilkan nilai pendekatan momen inersia dengan tingkat akurasi sebagai fungsi dari ukuran yang dipilih pada luasan komponen. Semakin kecil ukuran luasan komponen yang digunakan maka akan semakin tinggi tingkat akurasinya.

Menggunakan bentuk kalkulus dari persamaan (3.1) dan (3.2) dan menganggap luasan total dibagi menjadi luasan komponen tak berhingga (*infinitesimal component area*), memiliki solusi eksak yang sangat matematis dan itu di luar pembahasan buku ini. Tabel 3.1 merupakan rumusan momen inersia untuk luasan geometris yang umum digunakan dalam banyak aplikasi teknik.

CONTOH SOAL 3.1

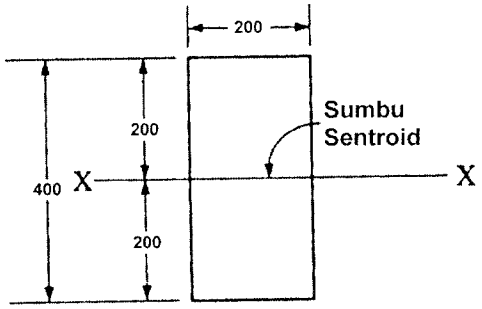
Hitung momen inersia terhadap sumbu sentroid X-X pada luasan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.2 di bawah ini.

(a) Gunakan rumus eksak.

(b) Gunakan metode pendekatan dan bagi luasan menjadi empat bagian mendatar sejajar sumbu X-X.

(c) Gunakan metode pendekatan, tetapi gunakan delapan bagian mendatar yang sama.

Untuk bagian (b) dan (c), bandingkan hasilnya dengan bagian (a) dan hitung persentase kesalahan.



Gambar 3.2 Luasan Persegi Panjang

PENYELESAIAN

(a) Menggunakan rumusan eksak dari Tabel 3.1,

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{20 \times \left(40^3\right)}{12} = 106666{,}67 \times cm^4$$

(b) Bagi luasan menjadi empat bidang horizontal (lihat Gambar 4.3). Masing-masing bagian mempunyai luas 200 cm^2. Jarak tegak-lurus sentroid masing-masing komponen luas (dinyatakan dengan a_1 dan a_2) pada sumbu sentroid X-X (lihat Gambar 3.3). Jarak ini diberi notasi y_1 dan y_2:

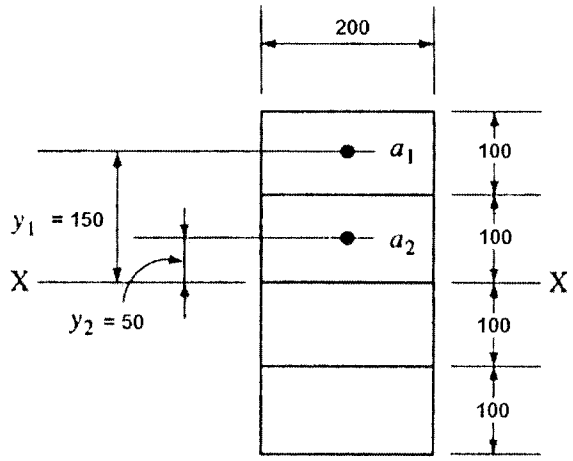
$y_1 = 15$ cm, dan $y_2 = 5$ cm

Karena bangun adalah simetri terhadap sumbu X-X maka momen inersia bagian atas akan sama dengan bagian bawah sehingga kita hanya perlu menghitung momen inersia setengahnya yang kemudian dikalikan dua untuk mendapatkan momen inersia total luasan. Dengan menggunakan persamaan (3.1) diperoleh:

$I = \sum ay^2$

$= 2(a_1y_1^2+a_2y_2^2)$

$= 2[200(15)^2 + 200(5)^2 = 100000$ cm^4



Gambar 3.3 Momen Inersia Pendekatan

Bandingkan dengan momen inersia eksak, persentase error adalah:

$$\frac{100000 - 106666{,}67}{106666{,}67} \times 100\% = -6{,}25\%$$

(c) Bagi luasan menjadi delapan bagian horizontal yang sama (lihat Gambar 4.4). Masing-masing bagian mempunyai luas 100 cm^2. Jarak tegak lurus dari sentroid masing-masing luasan terhadap sumbu sentroid X-X sebagai mana diperlihatkan pada Gambar 3.4 di bawah ini. Persamaan (3.1) menghasilkan:

$I_x = \sum ay^2$

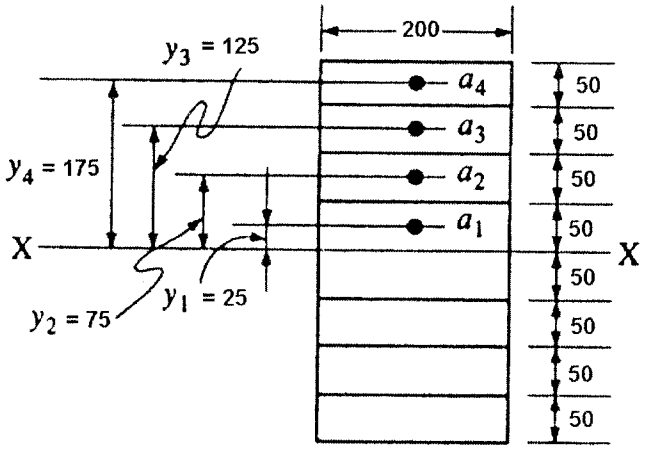
$= 2(a_1y_1^2+a_2y_2^2+a_3y_3^2+a_4y_4^2)$

$= 2\{\ 100(2{,}5)^2 + 100(7{,}5)^2 + 100(12{,}5)^2 + 100(17{,}5)^2\ \}$

$= 105000$ cm^4

Bandingkan dengan momen inersia eksak maka persentase error adalah:

$$\frac{105000 - 106666{,}67}{106666{,}67} \times 100\% = -1{,}56\%$$

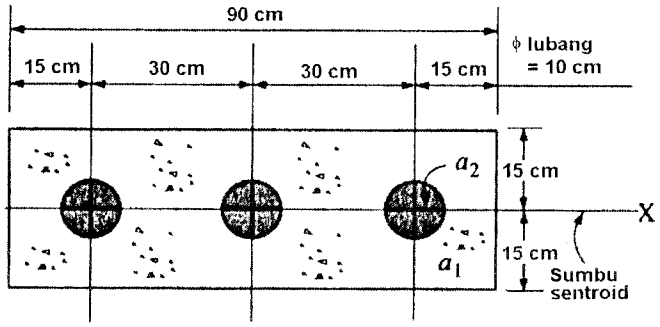


Gambar 3.4 Momen Inersia Pendekatan

Contoh di atas memperlihatkan bahwa semakin kecil pembagian ukuran suatu luasan maka akan diperoleh nilai yang semakin mendekati nilai eksak. Contoh berikut ini memperlihatkan kenyataan bahwa momen inersia adalah sifat geometris. Jadi, momen inersia tidak dipengaruhi oleh jenis bahan.

CONTOH SOAL 3.2

Hitung momen inersia terhadap sumbu sentroid X-X, dari sebuah beton cor berlubang (*hollow-core precast concrete*) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.5.



Gambar 3.5 Beton Cor Berlubang

PENYELESAIAN

Anggap bahwa a_1 dan I_1 sebagai luasan dan momen inersia persegi panjang dengan luas 90 cm x 30 cm, dan a_2 dan I_2 sebagai luasan dan momen inersia lubang (*hollow*). Pernyataan untuk momen inersia adalah:

$$I_x = I_{x1} - 3I_{x2}$$

Hitung momen inersia menggunakan rumusan dari Tabel 3.1, diperoleh:

$$I_{x1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{90 \cdot (30^3)}{12} = 202500 \cdot cm^4$$

$$I_{x2} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot (10^4)}{64} = 490{,}87 \cdot cm^4$$

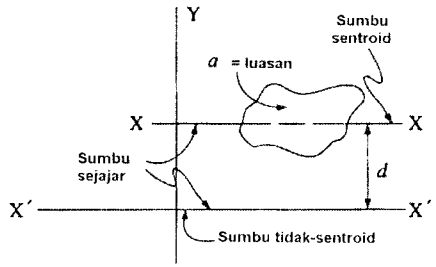
Maka momen inersia total adalah:

$$I_x = 202500 - 3 \cdot 490{,}87 = 201027{,}39 \text{ cm}^4$$

3.3 RUMUS PERPINDAHAN

Seringkali perlu untuk menentukan momen inersia suatu luasan terhadap sumbu tidak sentroid (*noncentroidal axis*), tetapi sejajar terhadap sumbu sentroid. Ini dikenal dengan rumus perpindahan (*transfer formula*). Perhatikan Gambar 3.6. Momen inersia luasan terhadap suatu sumbu sebarang (X' - X') yang sejajar terhadap sumbu sentroid (disebut juga *parallel axis theorem*), ditentukan oleh rumusan:

$$I = I_0 + ad^2 \quad \text{..... (3.3)}$$



Gambar 3.6 Momen Inersia terhadap Sumbu non-Sentroid

Dengan penjelasan dari Gambar 3.6, maka:

I : momen inersia luasan terhadap sumbu tertentu

I_0 : momen inersia luasan terhadap sumbu sentroidnya

a : luasan

d : jarak tegak-lurus di antara sumbu sejajar sebagai akibat perpindahan jarak

3.4 MOMEN INERSIA LUASAN KOMPOSIT

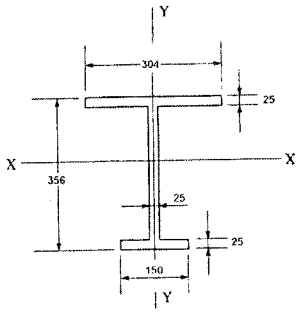
Seringkali suatu luasan disusun oleh berbagai komponen luasan (disebut komposit; lihat penjelasan pada Bagian 3.3). Masing-masing luasan komponen boleh jadi memiliki sumbu sentroid yang berbeda. Jika luasan disusun oleh n komponen luasan, dinyatakan dengan a_1, a_2, a_3, ... a_n, maka rumus perpindahan, persamaan (3.3) diterapkan pada masing-masing luasan komponen. Momen inersia adalah jumlah dari momen-momen inersia semua komponen luasan. Secara matematis dapat dinyatakan:

$$I = (I_{01} + a_1 d_1^2) + (I_{02} + a_2 d_2^2) + \ldots + (I_{0n} + a_n d_n^2)$$

$$I = \sum (I_0 + ad^2) \quad \ldots\ldots (3.4)$$

CONTOH SOAL 3.3

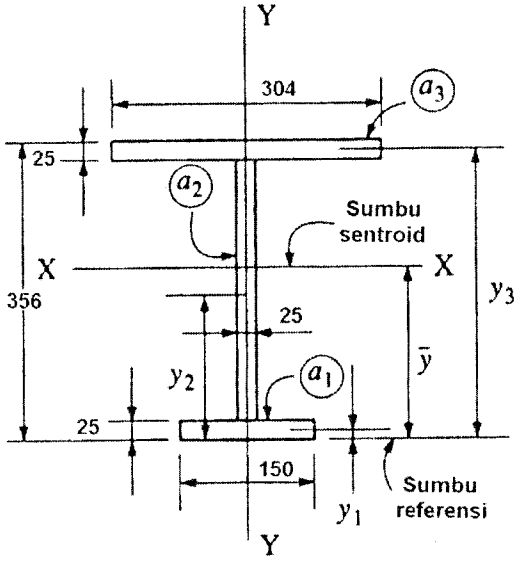
Hitung momen inersia terhadap sumbu sentroid X-X dan Y-Y suatu luasan komposit sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.7 di bawah ini.



Gambar 3.7 Luasan Komposit

PENYELESAIAN

Sumbu vertikal Y-Y adalah sumbu sentroid, yang merupakan sumbu simetri. Untuk menentukan titik sumbu sentroid X-X, dipilih sumbu referensi di bagian bawah luasan komposit yang akan dibagi menjadi tiga komponen persegi panjang sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.8.



Gambar 3.8 Titik Sumbu Sentroid

Tabel 3.2 Format Tabel Contoh 3.3

Luasan Komponen	a (cm^2)	y (cm)	ay (cm^2)
a_1	37,5	1,25	46,875
a_2	76,5	17,8	1361,7
a_3	76	34,35	2610,6
$\sum$	190		4019,175

Maka, dari Tabel 3.2:

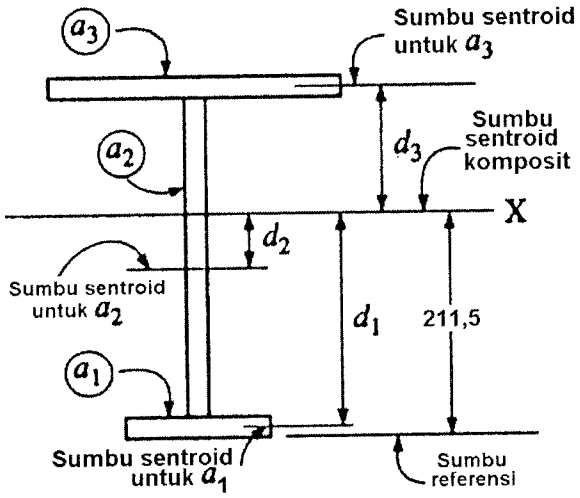
$$\overline{y} = \frac{\sum ay}{\sum a} = \frac{4019{,}175}{190} = 21{,}15 \cdot cm$$

Kemudian hitung momen inersia terhadap luasan komposit dengan mengacu terhadap sumbu sentroid X-X. Dengan melihat Gambar 3.9, jarak perpindahan adalah:

$d_1 = 21{,}15 - 1{,}25 = 19{,}9$ cm

$d_2 = 21{,}15 - 17{,}8 = 3{,}35$ cm

$d_3 = 34{,}35 - 21{,}15 = 13{,}2$ cm



Gambar 3.9 Penentuan Jarak Perpindahan

Momen inersia masing-masing luasan komponen terhadap sentroidnya diperoleh dari Tabel 3.1:

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

sehingga:

$$I_{01} = \frac{15 \cdot \left(2{,}5^3\right)}{12} = 19{,}53 \cdot cm^4$$

$$I_{02} = \frac{2{,}5 \cdot (30{,}6^3)}{12} = 5969{,}30 \cdot cm^4$$

$$I_{03} = \frac{30{,}4 \cdot \left(2{,}5^3\right)}{12} = 39{,}58 \cdot cm^4$$

Menghitung momen inersia dari luasan komposit terhadap sumbu sentroid X-X, menggunakan persamaan (3.4):

$$I_x = \sum (I_0 + ad^2)$$

$$= \{ 19{,}53 + 37{,}5 \cdot (19{,}9)^2 \} + \{ 5969{,}3 + 76{,}5 \cdot (3{,}35)^2 \} + \{ 39{,}58 + 76 \cdot (13{,}2)^2 \}$$

$$= 34979{,}54 \text{ cm}^4$$

Tabel 3.3 menunjukkan bagaimana solusi dapat dikerjakan dengan format tabel (MS-Excel).

Tabel 3.3 Format Tabel Contoh 3.3

Luasan Komponen	a (cm^2)	y (cm)	ay (cm^2)	d (cm)	ad^2 (cm^2)	I_0 (cm^4)
a_1	37,5	1,25	46,875	19,9	14850,375	19,53
a_2	76,5	17,8	1361,7	3,35	858,52125	5969,3
a_3	76	34,35	2610,6	13,2	13242,24	39,58
$\sum$	190		4019,175		28951,13625	6028,41

Dari Tabel 3.3,

$$\overline{y} = \frac{\sum ay}{\sum a} = \frac{4019{,}175}{190} = 21{,}15 \cdot cm$$

dan

$I_x = \sum (I_0 + ad^2)$

$= 6028{,}41 + 28951{,}136 = 34979{,}54\ \text{cm}^4.$

Momen inersia terhadap sumbu sentroid Y-Y lebih mudah dihitung karena sumbu sentroid masing-masing luasan komponen berimpit (*coincide*) dengan sumbu sentroid Y-Y. Maka bentuk ad^2 untuk masing-masing luasan komponen adalah nol. Rumus perpindahan menunjukkan bahwa momen inersia luasan komposit adalah jumlah dari momen inersia luasan komponen terhadap sumbu sentroidnya yang berimpit dan sejajar terhadap sumbu sentroid Y-Y. Momen inersia terhadap sumbu sentroid Y-Y adalah:

$$I_y = \sum I_0 = \Sigma \frac{bh^3}{12}$$

$$= \frac{2{,}5 \cdot (15)^3}{12} + \frac{30{,}6 \cdot (2{,}5)^3}{12} + \frac{2{,}5 \cdot (30{,}4)^3}{12}$$

$= 6596\ \text{cm}^4.$

3.5 RADIUS GIRASI

Radius girasi dari suatu luasan dinyatakan sebagai jarak dari sumbu referensi terhadap suatu luasan yang dapat dianggap berada pada titik tertentu tanpa mengalami perubahan momen inersianya. Pengertian yang lebih praktis menyatakan bahwa radius girasi dari suatu luasan terhadap suatu sumbu adalah hubungan antara momen inersia dan luasannya. Radius girasi diberi simbol r dan dinyatakan sebagai:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad \text{..... (3.5)}$$

dengan r : radius girasi terhadap sumbu tertentu (mm)

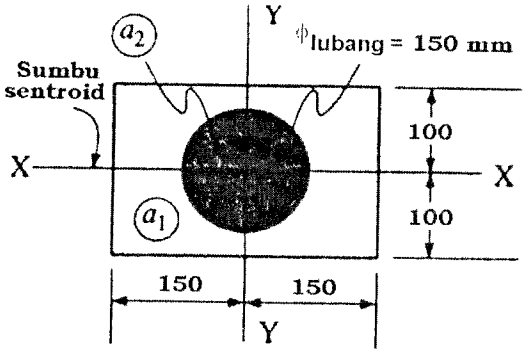
I : momen inersia terhadap sumbu yang sama (mm^4)

A: luas penampang (mm^2)

Radius girasi merupakan fungsi dari momen inersia. Rumusan radius girasi untuk bentuk geometris sederhana diberikan pada Tabel 3.1.

CONTOH SOAL 3.4

Hitung radius girasi terhadap sumbu sentroid X-X dari suatu luasan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.10 di bawah ini.



Gambar 3.10 Luasan Komposit

PENYELESAIAN

Perhatikan bahwa luasan komposit disusun oleh luasan dari persegi panjang dan lingkaran (bolong, dinyatakan dengan nilai negatif). Setelah menentukan luasan komposit dan menghitung momen inersia terhadap sumbu sentroid X-X, kemudian menghitung radius girasi terhadap sumbu sentroid X-X. Perhitungan luasan adalah sebagai berikut:

$a_1 = 30 \cdot (20) = 600\ \text{cm}^2$

$$a_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (15)^2}{4} = 176{,}7 \cdot cm^2$$

$A = a_1 - a_2 = 423{,}3\ \text{cm}^2$

Momen inersia untuk masing-masing luasan terhadap sumbu sentroidnya dihitung dari:

$$I_{01} = \frac{bh^3}{12} = \frac{30 \cdot (20^3)}{12} = 20000 \cdot cm^4$$

$$I_{02} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \cdot (15^4)}{64} = 2485 \cdot cm^4$$

Maka momen inersia untuk luasan komposit adalah:

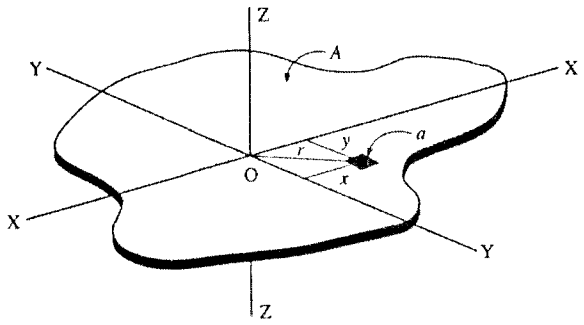
$$I_x = I_{01} - I_{02} = 20000 - 2485 = 17515 \text{ cm}^4.$$

Maka, dari rumusan (3.5) untuk menghitung radius girasi adalah:

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{17515}{423,3}} = 6,43 \cdot cm$$

3.6 MOMEN INERSIA POLAR

Kita sudah mempelajari momen inersia luasan terhadap sumbu yang terletak pada bidang luas. Selanjutnya, kita akan mempelajari momen inersia suatu luasan terhadap sumbu yang tegak lurus bidang luas, yang disebut momen inersia polar.



Gambar 3.11 Momen Inersia Polar

Pada Gambar 3.11, sumbu Z-Z adalah suatu sumbu yang tegak lurus terhadap bidang luasan. Maka momen inersia terhadap sumbu Z-Z adalah jumlah dari perkalian masing-masing luasan *a* dan kuadrat lengan momen *r*. Momen inersia polar diberi notasi *J*, maka:

$$J = \sum ar^2 \quad \text{.....(3.6)}$$

untuk segitiga siku-siku

$$r^2 = x^2 + y^2$$

masukkan ke dalam persamaan (3.6), maka:

$$J = \sum a \cdot (x^2 + y^2)$$

$$= \sum ax^2 + \sum ay^2$$

dengan mengacu pada persamaan (3.1) dan (3.2), maka pernyataan ini dapat ditulis sebagai:

$$J = I_x + I_y \quad \text{..... (3.7)}$$

Maka kita melihat bahwa momen inersia polar dari luasan terhadap sumbu yang tegak-lurus terhadap bidangnya adalah sama dengan jumlah momen inersia terhadap sumbu tegak lurus dalam bidangnya yang berpotongan pada sumbu polar. Rumusan untuk momen inersia polar luasan padat (*solid*) dan lingkaran bolong (*hollow circular*) adalah sifat yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah yang meliputi poros yang mendapat pembebanan torsi.

CONTOH SOAL 3.5

Hitung momen inersia polar untuk poros lingkaran bolong (*hollow circular shaft*) dengan diameter luar 10 cm dan diameter dalam 75 cm.

PENYELESAIAN

Dari Tabel 3.1, momen inersia polar terhadap titik pusat berat adalah:

$$J_{CG} = \frac{\pi}{32} \cdot \left(d_o^4 - d_i^4\right)$$

Masukkan dari data yang diberikan:

$$J_{CG} = \frac{\pi}{32} \cdot \left(10^4 - 7,5^4\right) = 671,12 \cdot cm^4$$

CONTOH SOAL 3.6

Untuk luasan berbentuk T sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.12 di bawah ini, hitung: (a) momen inersia sentroid, (b) radius girasi terhadap bidang sentroid, (c) momen inersia polar sumbu tegak-lurus terhadap bidang luas yang melalui sentroid.

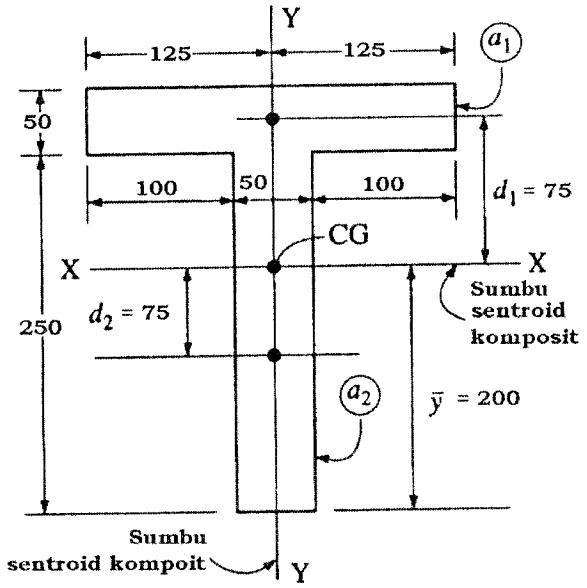
PENYELESAIAN

Sumbu sentroid X-X dari luasan komposit telah dinyatakan pada gambar 3.12.

(a) Hitung I_x. Momen inersia a_1 dan a_2 terhadap sumbu sentroidnya adalah sejajar terhadap sumbu sentroid X-X luasan komposit, yaitu:

$$I_{01} = \frac{bh^3}{12} = \frac{25 \cdot (5)^3}{12} = 260,42 \cdot cm^4$$

$$I_{02} = \frac{bh^3}{12} = \frac{5 \cdot (25)^3}{12} = 6510,42 \cdot cm^4$$



Gambar 3.12 Luasan Komposit

Jarak perpindahan (dinyatakan dengan d) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.12. Dari persamaan (3.4):

$$I_x = \sum \left(I_0 + ad^2 \right)$$

$$= \left[260,42 + 125 \cdot (7,5)^3 \right] + \left[6510,42 + 125 \cdot (7,5)^3 \right]$$

$$= 1.122 \times 10^5 \text{ cm}^4.$$

Untuk momen inersia terhadap sumbu Y-Y, persamaan (3.15) digunakan. Bentuk ad^2 adalah nol.

$$I_y = \sum \left(I_0 + ad^2 \right) = \sum I_0 = \sum \frac{bh^3}{12}$$

$$= \frac{5 \cdot (25)^3}{12} + \frac{25 \cdot (5)^3}{12} = 6771 \cdot cm^4$$

(b) Luasan total dari bentuk – T adalah:

$A = a_1 + a_2 = 125 + 125 = 250 \text{ cm}^2$.

Radius girasi terhadap sumbu sentroid dihitung dari persamaan (3.5):

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{1,122 \times 10^5}{250}} = 21,18 \cdot cm$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{6771}{250}} = 5,28 \cdot cm$$

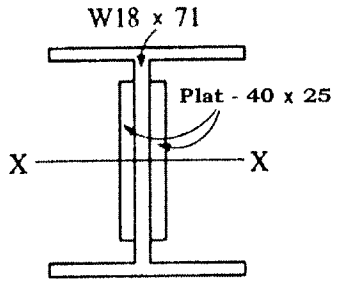
(c) Momen inersia polar terhadap sumbu Z-Z melalui titik pusat berat CG dihitung dari persamaan (3.7):

$$J_{CG} = I_x + I_y$$

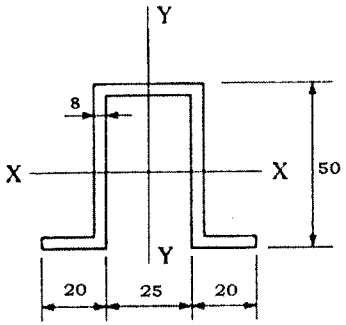
$$= 1,122 \times 10^5 + 6771 = 118971 \text{ cm}^4.$$

LATIHAN SOAL

1. Baja struktural jenis *wide-flange* dilas dengan dua plat baja sebagaimana terlihat pada Gambar 3.13. Hitung momen inersia terhadap sumbu sentroid X-X.



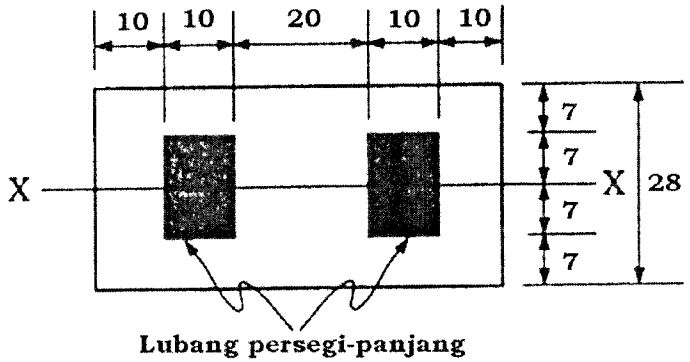
Gambar 3.13 Soal No. 1



Gambar 3.14 Soal No. 2

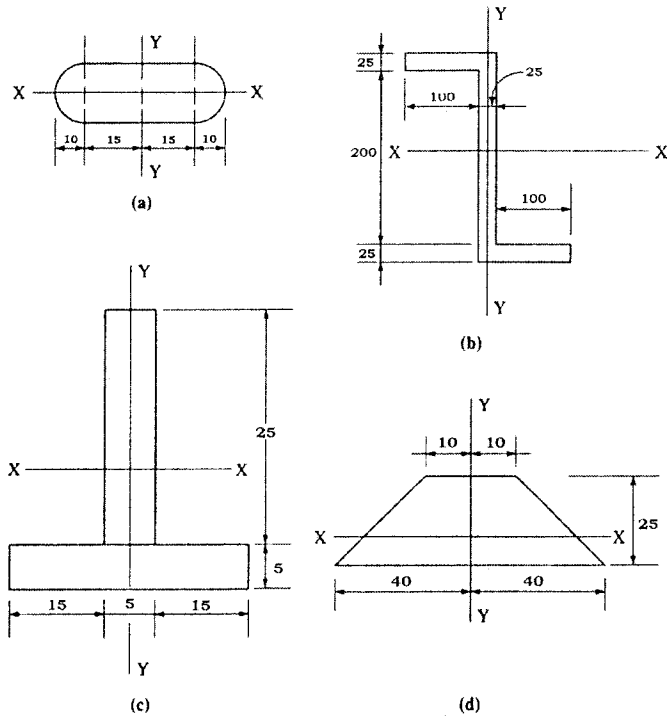
2. Hitung radius girasi terhadap sumbu sentroid X-X dan Y-Y untuk alumunium yang dibentuk seperti tampak pada Gambar 3.14 di atas.

3. Hitung momen inersia terhadap sumbu sentroid X-X untuk luasan yang ditunjukkan pada Gambar 3.15.



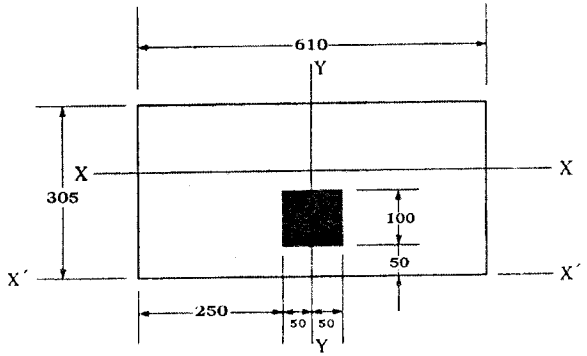
Gambar 3.15 Soal No. 3

4. Hitung momen inersia terhadap sumbu X-X dan sumbu Y-Y untuk luasan komposit yang ditunjukkan pada Gambar 3.16 di bawah ini (dimensi : mm).



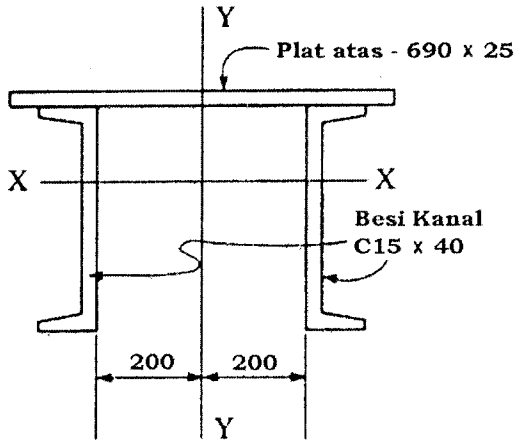
Gambar 3.16 Soal No. 4

5. Luasan persegi panjang pada Gambar 3.17 memiliki lubang berbentuk bujur sangkar 100 x 100 mm. Hitung momen inersia luasan terhadap sumbu sentroid X-X dan sumbu sentroid bawah X'-X'.



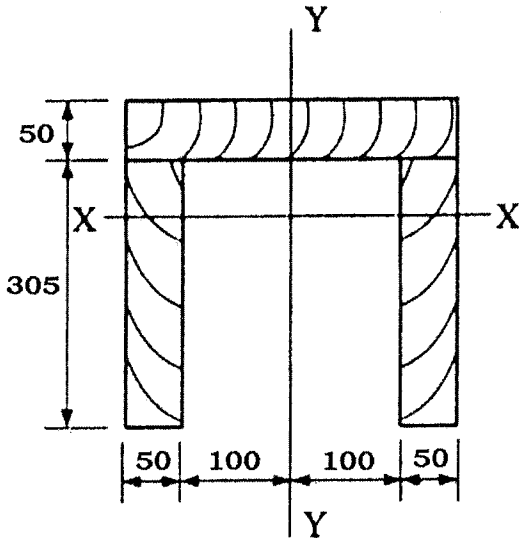
Gambar 3.17 Soal No. 5

6. Untuk baja struktural pada Gambar 3.18, hitung momen inersia terhadap sumbu sentroid X-X dan Y-Y.



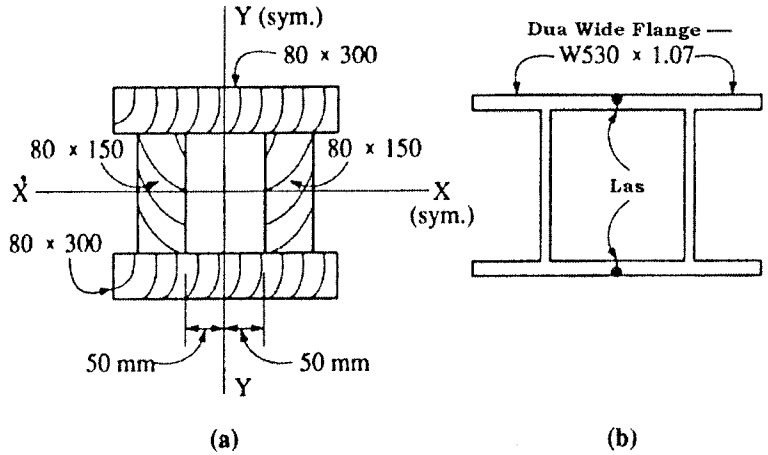
Gambar 3.18 Soal No. 6

7. Hitung momen inersia terhadap sumbu sentroid X-X sebuah kayu jati sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3.19.



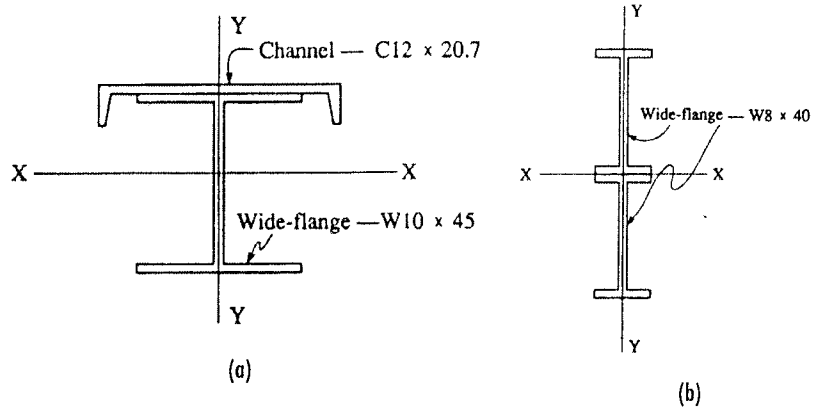
Gambar 3.19 Soal No. 7

8. Hitung radius girasi untuk luasan yang ditunjukkan pada Gambar 3.20 di bawah ini.



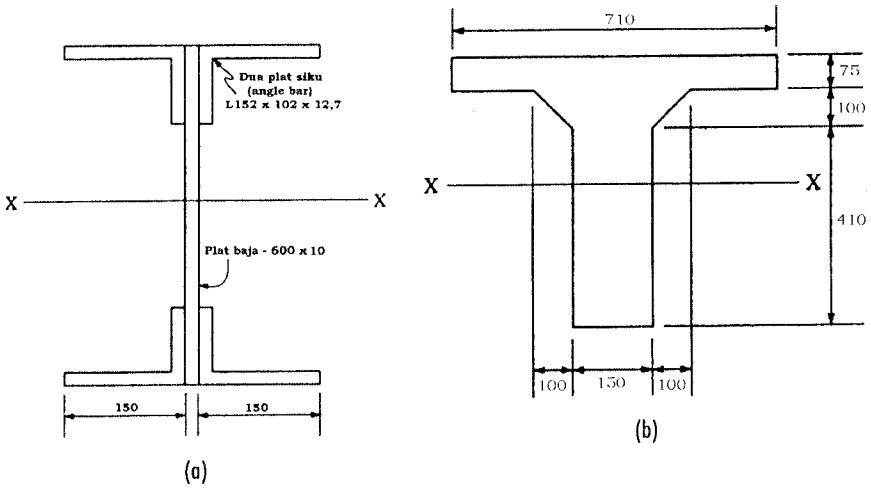
Gambar 3.20 Soal No. 8

9. Hitung momen inersia dan radius girasi baja struktural pada Gambar 3.21 terhadap sumbu sentroid X-X dan Y-Y.



Gambar 3.21 Soal No. 9

10. Untuk luas penampang seperti ditunjukkan pada Gambar 3.22 di bawah ini, hitung momen inersia terhadap sumbu sentroid horizontal X-X.



Gambar 3.22 Soal No. 10

BAB 4
TEGANGAN DAN REGANGAN

4.1 PENDAHULUAN

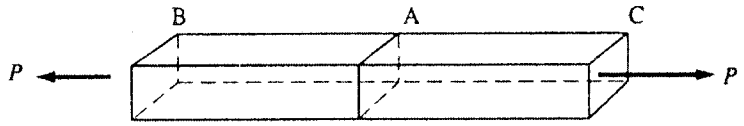
Sebagaimana sebelumnya dijelaskan, statika adalah ilmu yang mempelajari gaya dan sistem gaya yang bekerja pada benda kaku yang diam. Kekuatan bahan (*strength of materials*) dapat disebut sebagai ilmu yang mempelajari hubungan antara gaya luar yang bekerja pada benda elastis dan tegangan-regangan dalam yang disebabkan oleh gaya-gaya yang bekerja. Berdasarkan prinsip-prinsip kekuatan bahan, kita akan menyatakan bahwa ada benda elastis terhadap kondisi internal jika mengalami kondisi pembebanan yang bervariasi.

Pada kajian statika, kita mengabaikan suatu perubahan dimensional (benda dianggap kaku). Pada kajian kekuatan bahan, benda tidak selalu dianggap kaku. Deformasi dan perubahan dimensional akan menjadi perhatian penting. Kita akan memerhatikan mesin dan elemen struktural yang memiliki penerapan dalam berbagai bidang teknologi keteknikan dengan analisis dan desain (pemilihan) dari elemen-elemen tersebut. Pendekatan kita akan rasional dan analitis berdasarkan prinsip-prinsip kekuatan bahan.

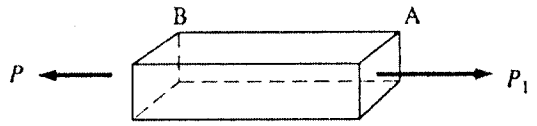
4.2 TARIKAN DAN TEGANGAN

Gambar (4.1a) menunjukkan batang logam lurus dengan luas penampang konstan sepanjang BC. Sebuah batang dengan luas penampang konstan seperti ini disebut batang prismatik. Batang mengalami pembebanan pada kedua ujungnya dengan gaya aksial P yang sama besar tetapi berlawanan arah. Suatu gaya aksial, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.1a, berimpit dengan sumbu longitudinal batang dan beraksi melalui sentroid penampang batang. Gaya gaya ini, disebut gaya tarik (*tensile force*),

menyebabkan terjadinya mulur (*stretch*) atau pertambahan panjang (*elongation*). Batang dikatakan mengalami tarikan.



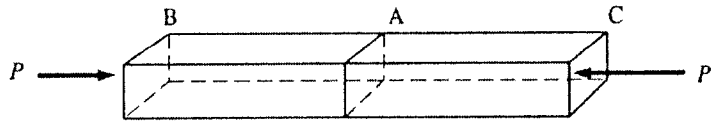
(a) Batang Logam BC



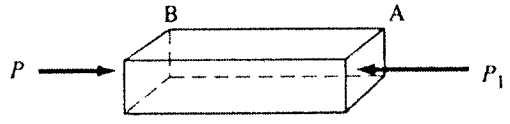
(b) Benda-bebas BA

Gambar 4.1 Tarikan pada Batang Logam

Gambar 4.2a menunjukkan batang prismatik lurus yang dikenai dua buah gaya P yang menuju ke arah sentroid berimpit dengan sumbu longitudinal batang yang sama tetapi berlawanan arah. Gaya-gaya ini disebut gaya tekan (*compressive force*) dan batang dikatakan mengalami tekanan (*compression*).



(a) Batang Logam BC



(b) Benda-bebas BA

Gambar 4.2 Tekanan pada Batang Logam

Terhadap aksi dua buah gaya (baik tarikan atau tekanan), terjadi gaya reaksi di dalam batang dan dengan membayangkan bahwa bidang transversal bergerak melalui batang BC (yaitu tegak-lurus terhadap sumbu longitudinalnya), memotongnya menjadi dua bagian pada titik A. Kita

akan menganggap segmen batang di sebelah kiri titik A sebagai benda bebas (*free body*) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.1b dan Gambar 4.2b. Apabila segmen dianggap berada dalam kesetimbangan, gaya P_1 sama dan berlawanan arah dengan gaya P. Gaya P_1 yang menunjukkan aksi gaya eksternal yang bekerja pada segmen, pada kenyataannya merupakan gaya internal batang. Gaya reaksi internal dianggap terdistribusi merata terhadap penampang batang.

Gaya reaksi total P_1 yang beraksi pada penampang A menjadi satuan dasar dan dinyatakan menjadi gaya per satuan luas. Ini disebut satuan tegangan (*unit stress*). Tegangan dihitung dari rumusan:

$$s = \frac{P}{A} \quad \text{.....} (4.1)$$

dengan s : tegangan rata-rata (Pa, Mpa)

P: beban atau gaya luar (N, kgf)

A : luas penampang batang (m^2, mm^2)

Persamaan tegangan (4.1) umumnya disebut rumus tegangan langsung (*direct stress formula*). Rumusan ini dapat ditulis kembali dalam beberapa cara untuk berbagai macam penggunaan. Untuk analisis masalah dalam penentuan kapasitas pembebanan digunakan rumus:

$$P = s_{(all)} A \quad \text{.....} (4.2)$$

dengan P : kapasitas beban aksial (beban aksial ijin maksimum)

s(all) : tegangan aksial ijin

A : luas penampang batang (m2, mm2)

Untuk keperluan desain yang memerlukan penyangga terhadap beban yang bekerja tanpa mencapai tegangan ijin:

$$A = \frac{P}{S_{(all)}} \quad \text{.....} (4.3)$$

dengan A : luas penampang yang dibutuhkan terhadap beban aksial yang direncanakan
P : beban atau gaya aksial luar yang bekerja
S(all) : tegangan aksial ijin (Pa)

Untuk keperluan desain terhadap gaya aksial telah tersedia bentuk struktural berbagai macam bahan yang tersedia di pasaran. Ukuran dan sifat-sifat kayu dan baja struktural diberikan pada Apendiks A sampai E.

Sejauh ini kita telah mendiskusikan tegangan tarik dan tekan yang berimplikasi pada kondisi internal. Jenis tegangan yang lain adalah tegangan bantalan (*bearing stress*) yang disimbolkan s_p. Tegangan bantalan pada dasarnya adalah tegangan tekan yang bekerja pada permukaan luar benda. Tegangan bantalan dapat dianggap sebagai tekanan kontak di antara dua atau lebih benda yang berbeda, misalnya tekanan udara di dalam roda kendaraan, kaki fondasi beton untuk menahan beban, dan lain-lain. Pada banyak kasus, tekanan bantalan adalah sama dengan tegangan bantalan jika mengacu pada kasus benda pada tanah. Jika kaki fondasi beton pada dudukan tanah, tegangan (tekanan) bantalan diperoleh dengan membagi beban yang bekerja dengan luas bidang kontak antara kaki (*footing*) dengan tanah.

CONTOH SOAL 4.1

(a) Hitung tegangan tarik batang baja dengan ukuran penampang 50 x 50 mm jika bekerja beban tarik aksial sebesar 100 kN (lihat Gambar 5.1a).

(b) Tentukan tegangan tarik st jika batang tersebut adalah baja struktural W760 x 1,44 (beban tetap 100 kN).

PENYELESAIAN

(a) Menggunakan rumus tegangan langsung,

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{100}{0{,}05^2} = 40 \cdot MPa$$

(a) Dari Apendiks A, luas penampang baja struktural W760 x 1,44 adalah 18,8 x10^{-3} m^2, sehingga:

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{100}{\left(18{,}8 \times 10^{-3}\right)} = 5{,}3 \cdot MPa$$

CONTOH SOAL 4.2

Balok baja (*steel rod supender*) digunakan sebagai dudukan pipa uap pada instalasi pembangkit daya uap (*steam power plant*). Diameter balok baja adalah 12 mm dan mempunyai tegangan tarik aksial ijin 165 Mpa. Hitung beban tari aksial ijin batang baja.

PENYELESAIAN

Luas penampang balok baja:

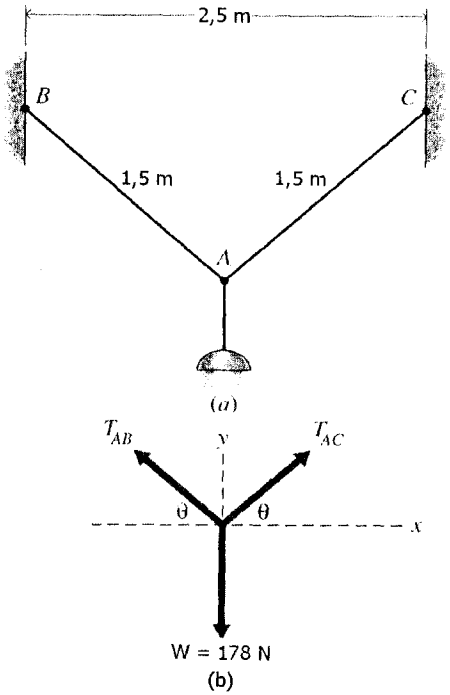
$$A = \frac{\pi}{4} \times (0{,}012)^2 = 1{,}13 \times 10^{-4} \cdot m^2$$

Maka beban tarik aksial ijin adalah:

$$P = s_{t(all)} \cdot A = 165 \times 10^6 \cdot 1{,}13 \times 10^{-4} = 18{,}645 \cdot kN$$

CONTOH SOAL 4.3

Sebuah bola lampu dengan berat 178 N (18 kgf) ditumpu di bagian tengah kabel dengan panjang 3 m. Kabel terbuat dari baja *hardening* 0,2% C (tegangan mulur σ_{yield} = 430 MPa) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.3 di bawah ini. Untuk keamanan dipilih *safety factor* 3 berdasarkan kekuatan mulur kabel. *Spool* kabel baja tersedia dengan diameter 0,25 mm; 0,5 mm; 0,75 mm; 1 mm; 1,25 mm. Berapa ukuran *spool* kabel yang dipilih untuk menyangga lampu?



Gambar 4.3 Contoh Soal 4.3

PENYELESAIAN

Gaya yang dipindahkan oleh kabel AB dan AC diperoleh dari diagram benda bebas pada sambungan A dari sistem kabel (lihat Gambar 4.3b):

$$\theta = \cos^{-1} \cdot \frac{1,25}{1,5} = 33,56^o$$

$$+\rightarrow \sum F_x = T_{AC} \cos\theta - T_{AB} \cos\theta = 0$$

$$T_{AC} = T_{AB}$$

$$+\uparrow \sum F_y = T_{AC} \sin 33,56^o + T_{AB} \sin 33,56^o - 178 = 0$$

$$T_{AC} = T_{AB} = 106 \text{ N}$$

Maka,

$$\sigma_{ijin} = \frac{430}{3} = 143,33 \cdot MPa$$

$$(\pi/4) \cdot d^2 = \frac{T_{AB}}{\sigma_{ijin}} = \frac{106 \cdot N}{143,33 \cdot 10^6 \cdot \frac{N}{m^2}}$$

$$d^2 = 7,396 \times 10^{-7} \cdot m^2 \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)$$

$d_{kabel} = 0,97$ mm

Jadi dipilih ukuran kabel 1 mm.

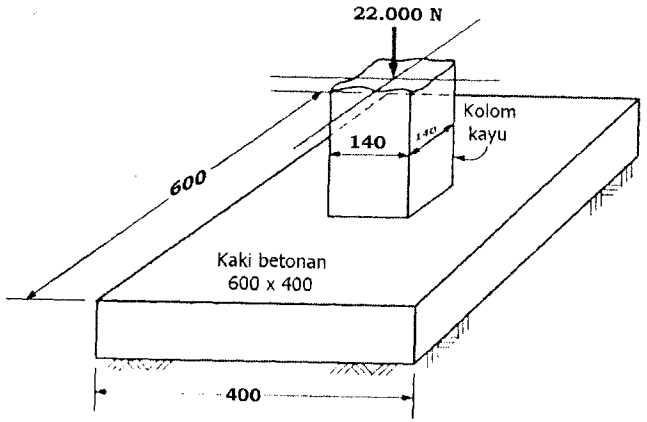
CONTOH SOAL 4.4

Suatu kolom terbuat dari balok kayu (ukuran 140 x 140 mm) dikenai beban 22.000 N, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.4. Kolom kayu ditumpu oleh kaki (*footing*) beton (dimensi 600 x 400 mm). Kaki beton ditumpu oleh tanah. Hitung:

(a) Tegangan bantalan akibat kontak permukaan antara kolom dan kaki beton.

(b) Tegangan bantalan pada dasar kaki beton.

Abaikan berat kaki beton dan kolom balok kayu.



Gambar 4.4 Kolom pada *Footing*

PENYELESAIAN

(a) dimensi kolom balok kayu adalah 0,14 x 0,14 cm sehingga luasannya adalah:

$$A = 0{,}14 \times 0{,}14 = 0{,}0196 \cdot m^2$$

Tegangan bantalan pada permukaan kontak kaki kolom adalah:

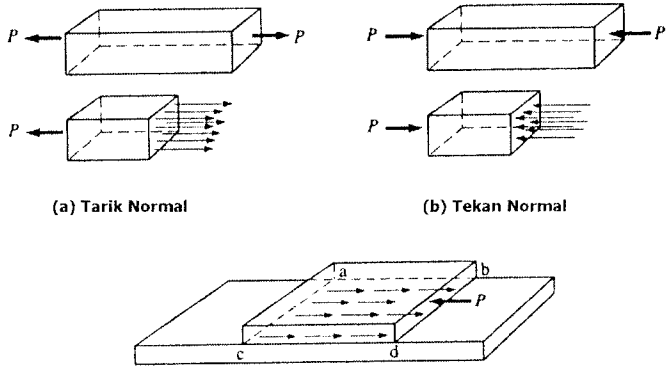
$$s_p = \frac{P}{A} = \frac{22.000 \cdot N}{0{,}0196 \cdot m^2} = 1{,}122 \cdot MPa$$

(b) Tegangan bantalan pada dasar kaki (*base footing*) adalah:

$$s_p = \frac{P}{A} = \frac{22.000 \cdot N}{0{,}6 \times 0{,}4 \cdot m^2} = 91{,}7 \cdot kPa$$

4.3 TEGANGAN GESER

Pada Subbab 4.2 kita telah mendiskusikan bagaimana tegangan tarik dan tekan bekerja dalam arah tegak lurus terhadap permukaan sebuah batang logam. Gaya-gaya ini disebut juga tegangan normal. Tegangan jenis lain, disebut tegangan geser, adalah tegangan yang bekerja dalam arah sejajar terhadap permukaan suatu benda. Gaya ini disebut juga tegangan tangensial. Tegangan normal dan tegangan geser ditunjukkan pada Gambar 4.5 di bawah ini.



(a) Tarik Normal (b) Tekan Normal

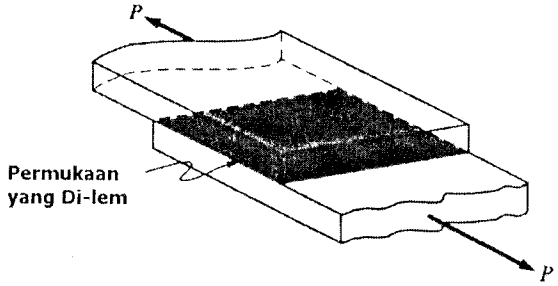
(c) Geser

Gambar 4.5 Jenis-jenis Tegangan

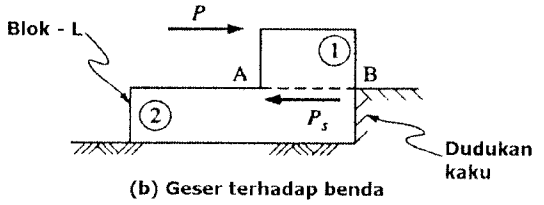
Sebuah contoh, tegangan geser ditunjukkan pada Gambar 4.6a. Jika suatu gaya yang sama dan berlawanan arah P bekerja pada dua buah plat datar yang direkatkan satu sama lain dengan suatu *chemical adhesive*, maka dikatakan bahwa plat mengalami gaya geser. Gaya geser dianggap terdistribusi merata melintang bidang kontak. Besar gaya geser dihitung dari persamaan:

$$s_s = \frac{P}{A} \quad \text{..... (4.4)}$$

Dengan s_s : tegangan geser rata-rata (Pa, Mpa)
P : gaya geser eksternal (N)
A : luasan yang dikenai gaya geser (m^2)



(a) Geser diantara Dua Benda Terpisah



(b) Geser terhadap benda

Gambar 4.6 Contoh Gaya Geser

Gaya geser terdistribusi merata kurang lebih sama seperti yang terjadi pada gaya tarik atau tekan yang terdistribusi merata. Pada kasus ini, gaya geser yang dihitung dari s_s = P/A hendaknya diinterpretasikan sebagai nilai rata-rata.

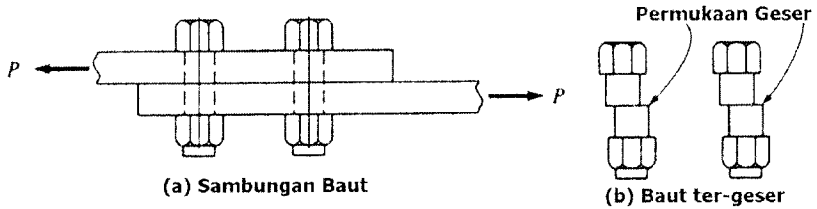
Gaya geser juga bisa menunjukkan keadaan apabila beberapa permukaan bahan bergeser satu sama lain. Kasus ini ditunjukkan pada Gambar 5.6b.

Suatu gaya luar P bekerja. Gaya reaksi P_s bekerja pada bidang AB untuk menjaga aksi luncur (*sliding*) di antara bagian komponen 1 dan 2. Gaya reaksi ini disebut gaya geser internal yang dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (4.4).

Karena gaya luar P dan gaya internal Ps yang bekerja pada sebuah benda adalah sama dan sejajar, semua bidang horizontal yang terletak di antaranya mempunyai kecenderungan yang sama untuk bergeser satu sama lain dan masing-masing bidang menimbulkan intensitas gaya geser yang sama.

CONTOH SOAL 4.5

Suatu plat baja sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.7 dihubungkan oleh dua buah baut dengan diameter 19 mm. Apabila bekerja beban tarik sebesar 80 kN, hitung gaya geser rata-rata pada baut.



Gambar 4.7 Sambungan Baut

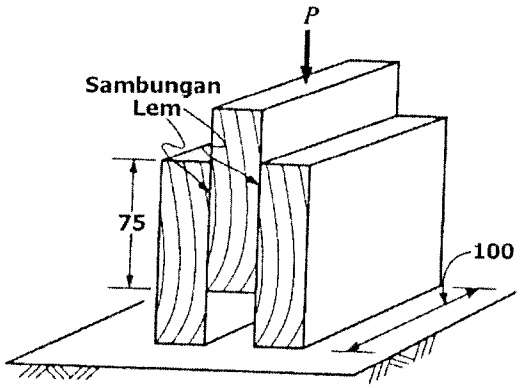
PENYELESAIAN

Dianggap beban ditahan sama besar oleh masing-masing baut dan tegangan geser yang ditimbulkan adalah terdistribusi merata pada setiap baut. Karena hanya ada satu bidang geser setiap baut, geser reaksi bekerja pada lingkaran dengan diameter 19 mm. Masing-masing baut menahan 40 kN (setengah dari total beban). Gaya geser rata-rata adalah:

$$s_s = \frac{P}{A} = \frac{40.000 \cdot N}{\frac{\pi}{4} \times (0{,}019)^2} = 141 \cdot MPa$$

CONTOH SOAL 4.6

Tiga buah kayu yang direkatkan satu sama lain (lihat Gambar 4.8) akan digunakan untuk menguji kekuatan geser sambungan lem. Beban P sebesar 50 kN bekerja pada kayu. Hitung tegangan geser rata-rata tiap sambungan.



Gambar 4.8 Sambungan Lem Kayu

Luas tahanan geser masing-masing sambungan adalah:

$$A = 0{,}075 \times 0.1 = 7{,}5 \times 10^{-3} \cdot m^2$$

Dianggap bahwa beban P adalah sama dengan gaya reaksi tiap sambungan yang ditahan dan bahwa tegangan geser adalah terdistribusi merata melalui sambungan. Jadi masing-masing sambungan menahan 25 kN (setengah dari beban total). Tegangan geser rata-rata adalah:

$$s_s = \frac{P}{A} = \frac{25 \times 10^3 \cdot N}{7{,}5 \times 10^{-3} \cdot m^2} = 3{,}33 \cdot MPa$$

4.4 PERANCANGAN TEKNIK

Pada pembahasan sebelumnya kita membahas soal jenis analisis. Sekarang kita akan membahas soal jenis rancangan (desain). Menurut Accreditation Board for Engineering and Technology (ABET), perancangan teknik (*engineering design*) adalah proses menyintesa sistem, komponen atau

proses untuk memenuhi harapan yang diinginkan. Ini adalah proses pembuatan keputusan (seringkali iteratif) dengan menerap-kan ilmu-ilmu dasar, matematika dan ilmu teknik, dengan mengubah sumber daya secara optimal untuk mencapai tujuan yang dikehendaki. Elemen dasar perancangan adalah menentukan tujuan dan kriteria, sintesis, analisis, konstruksi, uji dan evaluasi.

Pada soal jenis rancangan tersebut maka ukuran atau jenis dari material harus ditentukan. Desain material harus mendukung beban yang diminta tanpa mencapai tegangan ijin. Pada kasus ini, persamaan (4.4) harus ditulis kembali untuk memberi luas geser yang diminta. Untuk geser adalah:

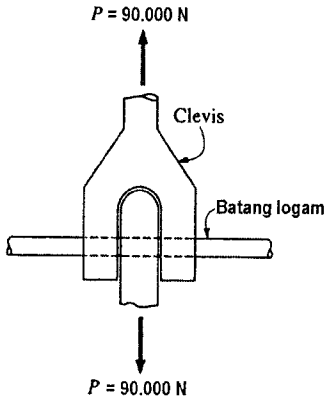
$$A = \frac{P}{s_{s(ijin)}} \quad \text{..... (4.5)}$$

dengan A : luasan yang diperlukan batas tegangan geser terhadap tegangan geser ijin.
P : gaya (beban) yang bekerja
$s_{s(ijin)}$: tegangan geser ijin

Tegangan geser ijin tergantung pada penerapannya dan jenis serta sifat-sifat bahan yang telah kita pelajari pada Subbab 4.3.

CONTOH SOAL 4.7

Sebuah batang baja (*steel rod*) sebagaimana tampak pada Gambar 4.9 menyangga beban P sebesar 90.000 N. Bahan batang baja terbuat dari baja AISI 1020. Baja mempunyai tegangan geser ijin 51,71 MPa. Tentukan diameter yang diperlukan dan pilih diameter yang akan digunakan. Anggap diameter bar berbeda setiap 3 mm.



Gambar 4.9 Sambungan Klevis

PENYELESAIAN

Karena ada dua bidang geser, setiap bidang akan menahan 90.000/2 atau 45.000 N. Luas penampang yang diperlukan tiap bidang adalah:

$$A = \frac{P}{s_{s(all)}} = \frac{45.000 \cdot N}{51,71 \times 10^6 \cdot \frac{N}{m^2}} = 8,7 \times 10^{-4} \cdot m^2$$

Karena $A = \pi d^2/4$ maka diameter batang logam yang diperlukan:

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8,7 \times 10^{-4}}{\pi}} = 0,033 \cdot m$$

Maka dipilih diameter batang baja 36 mm.

4.5 REGANGAN DAN DEFORMASI

Bentuk regangan dan deformasi keduanya menunjukkan perubahan dimensi. Sebuah benda yang mendapat gaya tarik atau tekan akan mengalami perubahan panjang. Benda akan mulur (bertambah panjang) dengan gaya tarik dan mengkerut (memendek) dengan gaya tekan.

Pada beberapa bahan (karet misalnya), beban kecil akan mengakibatkan deformasi yang relatif besar. Bahan teknik yang lain akan mengakibatkan

respons yang sama, meskipun deformasi bisa jadi relatif kecil. Suatu bahan yang sangat kaku, misalnya baja, jika menerima beban akan mengalami deformasi yang kecil. Deformasi total atau perubahan panjang dinotasikan δ (delta).

Untuk perbandingan dengan nilai standar, deformasi total diubah menjadi satuan dasar dan dinyatakan dalam deformasi per satuan panjang. Ini umumnya disebut regangan. Penentuan regangan tarik atau tekan, asumsi dibuat bahwa tiap satuan panjang akan mulur atau mengkerut dengan besar yang sama. Regangan dinyatakan dengan ε (*epsilon*), dihitung dengan membagi deformasi total dengan panjang awal, atau secara matematis:

$$\varepsilon = \frac{\text{deformasi} \times \text{total}}{\text{panjang} \times \text{awal}} = \frac{\delta}{L}$$

Karena regangan adalah perbandingan dua besaran panjang, maka regangan tidak memiliki satuan. Untuk keperluan praktis sering menyatakan regangan dengan m/m (atau mm/mm). Satuan pembilang dan penyebut harus sama.

CONTOH SOAL 4.8

Hitung deformasi total pada tali kawat baja (*steel wire rope*) dengan panjang 18 m jika regangannya adalah 0,017018 mm/mm.

PENYELESAIAN

$L = 18$ m

$\varepsilon = 0{,}017018$ mm/mm $= 1{,}7018 \times 10^{-5}$ m/m

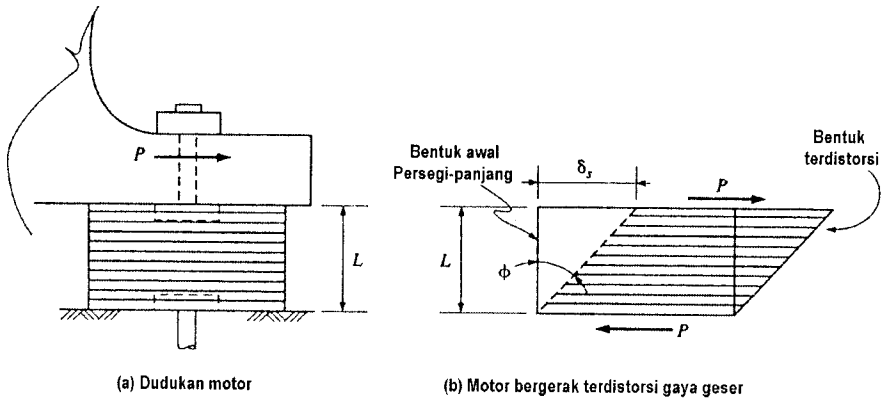
$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

Maka,

$$\delta = \varepsilon \cdot L = 1{,}7018 \times 10^{-5} \cdot \frac{m}{m} \times 18 \cdot m = 0{,}000306 \cdot m = 0{,}306324 \cdot mm$$

4.6 REGANGAN GESER

Jika beban tarik aksial bekerja pada sebuah benda maka benda akan mengalami deformasi tarik longitudinal (mulur). Serupa, beban kompresi aksial akan menyebabkan deformasi tekan longitudinal (mengkerut). Jika gaya geser bekerja pada benda, maka akan mengakibatkan deformasi geser pada arah yang sama dengan gaya yang bekerja. Deformasi ini disebut distorsi sudut (*angular distortion*)



Gambar 4.10 Regangan Geser

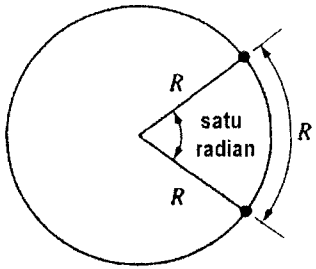
Dudukan motor (lihat Gambar 4.10) disusun dari bahan blok elastik dengan penempatan mengikuti dasar dan struktur dudukan. Gaya P bekerja di bagian atas blok sehingga mengakibatkan gaya geser sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.10b. Jika kita membayangkan bahwa blok disusun oleh banyak lapisan tipis, dan masing-masing lapisan akan bergerak terhadap lapisan sebelahnya, kita akan melihat bagaimana distorsi sudut akan berkembang. Sebagaimana deformasi geser total pada panjang L dan regangan geser δ_s, (pada regangan tarik dan tekan juga sama), regangan geser total adalah deformasi geser total dibagi dengan panjang L:

$$\varepsilon_s = \frac{\delta_s}{L} \quad \text{.....(4.7)}$$

Dari Gambar 4.10 terdapat dilihat hubungan antara distorsi sudut dengan regangan geser, yaitu:

$$\tan\cdot\phi = \frac{\delta_s}{L} = \varepsilon_s$$

Untuk sudut yang kecil, sudut tangensial pada umumnya sama dengan sudut yang dinyatakan dalam radian. Satu radian (Gambar 4.11) adalah sudut yang dibentuk sedemikian sehingga panjang busur lingkaran sama dengan panjang jari-jari lingkaran. Dari definisi ini kita melihat bahwa sudut dalam radian adalah panjang busur dibagi dengan jari-jari lingkaran. Jadi sudut tangensial adalah sama dengan sudut dalam radian sehingga sudut dalam radian sangat mendekati regangan geser.



Gambar 4.11 Definisi Radian

CONTOH SOAL 4.9

Pada Gambar 4.5c, anggap bahwa gaya P bekerja pada bagian atas blok sehingga terjadi pergeseran horizontal atas 0,06096 mm terhadap bidang abcd. Anggap tinggi blok atas sebesar 36 mm. Hitung regangan geser.

PENYELESAIAN

$$\varepsilon_s = \frac{\delta_s}{\mathrm{L}} = \frac{0{,}06096 \cdot mm}{36 \cdot mm} = 0{,}001693 \cdot mm/mm$$

4.7 HUBUNGAN TEGANGAN DAN REGANGAN (HUKUM HOOKE)

Pada kebanyakan bahan teknik terdapat hubungan antara tegangan dan regangan. Untuk setiap peningkatan tegangan terjadi peningkatan regangan yang sebanding, sebelum batas tegangan dicapai. Jika tegangan mencapai nilai batas, hubungan regangan tidak lagi proporsional dengan tegangan.

Hubungan proporsional tegangan dan regangan awalnya dinyatakan oleh Robert Hooke pada tahun 1678 dan menjadi hukum Hooke. Pada bahan yang mengikuti hukum Hooke, beban yang bekerja P_A dan P_B akan menyebabkan tegangan s_A dan s_B, dan perbandingan dua nilai menjadi konstan, yaitu:

$$\frac{s_A}{\varepsilon_B} = \frac{s_B}{\varepsilon_B} = kons\tan$$

Konstanta ini sekarang dikenal sebagai modulus elastisitas atau modulus Young (sesudah Thomas Young mendefinisikannya pada 1807). Modulus Young dinotasikan dengan simbol E dan berlaku untuk tarik atau tekan, dinyatakan dengan persamaan:

$$\mathrm{E} = \frac{\text{tegangan}}{\text{regangan}} = \frac{\mathrm{s}}{\varepsilon} \qquad \text{..... (4.8)}$$

Karena regangan adalah murni angka (tidak mempunyai satuan karena perbandingan dimensi panjang dengan panjang), maka modulus elastisitas E mempunyai satuan yang sama dengan tegangan, yaitu pascal (Pa) atau megapascal (MPa). Untuk umumnya bahan teknik dan alasan praktis, modulus elastisitas tekan sama dengan tarik. Pada baja atau bahan tangguh (*ductile*) lainnya, uji tarik lebih mudah dilaksanakan daripada uji tekan sehingga modulus elastisitas yang ada adalah untuk uji tarik. Uji tarik standar digunakan untuk menentukan modulus elastisitas, yang akan dibahas pada Bab 5, sejauh batas tegangan dengan modulus elastisitas adalah tepat (*valid*). Nilai modulus elastisitas sangat penting untuk desain proses pada banyak bahan keteknikan.

Modulus elastisitas baja (tarik atau tekan) umumnya dianggap antara 200.000 ÷ 207.000 MPa. Nilai tepatnya tergantung pada jenis baja. Untuk bahan teknik yang lain diberikan Apendiks E. Secara fisik, modulus elastisitas adalah mengukur kekakuan (*stiffness*) bahan terhadap respons pada beban yang bekerja dan menunjukkan sifat tertentu bahan. Bahan kaku didefinisikan sebagai sifat bahan yang mampu bertahan pada tegangan tinggi tanpa terjadi regangan yang besar.

Jika benda dikenakan beban aksial (baik tarik atau tekan), gaya geser sebanding dengan regangan geser sepanjang batas proporsional regangan belum tercapai. Konstanta proporsionalitas dikenal dengan modulus kekakuan (*modulus of rigidity*) yang dilambangkan dengan G dan dinyatakan sebagai:

$$G = \frac{\text{tegangan} \times \text{geser}}{\text{regangan} \times \text{geser}} = \frac{s_s}{\varepsilon_s}$$

CONTOH SOAL 4.10

Modulus kaku untuk beberapa bahan keteknikan yang lain diberikan pada Apendiks E. Catatan bahwa nilai modulus kaku dan modulus elastisitas yang ditabelkan pada Apendiks G secara signifikan adalah berbeda.

Sebuah batang dengan panjang 300 mm dan luas penampang 25 mm^2 dikenakan beban tarik aksial 4500 N. Hitung tegangan, regangan, dan pertambahan panjang total jika bahan batang adalah (a) baja, dengan E_{ST} = 207 x 10^3 MPa; (b) aluminium, dengan E_{AL} = 70 x 10^3 MPa; dan (c) kayu, dengan E_W = 10 x 10^3 MPa. Batas proporsional masing-masing bahan adalah sebagai berikut: baja = 250 MPa, aluminium = 240 MPa, dan kayu = 41 MPa.

PENYELESAIAN

1. Tegangan tarik untuk semua bahan:

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{4500 \cdot N}{25 \times 10^{-3}} = 180 \cdot kPa$$

yang berarti lebih kecil daripada batas proporsional semua bahan sehingga hukum Hooke berlaku.

2. Hitung regangan untuk tiga bahan,

(a) baja:

$$\varepsilon_{ST} = \frac{s_t}{E_{ST}} = \frac{0{,}180}{207 \times 10^3} = 8{,}696 \times 10^{-7} \cdot {}^{m}\!/_{m} = 0{,}000870 \cdot {}^{mm}\!/_{mm}$$

(b) aluminium:

$$\varepsilon_{AL} = \frac{s_t}{E_{AL}} = \frac{0{,}180}{70 \times 10^3} = 2{,}571 \times 10^{-6} \cdot {}^{m}\!/_{m} = 0{,}002571 \cdot {}^{mm}\!/_{mm}$$

(c) kayu:

$$\varepsilon_W = \frac{s_W}{E_W} = \frac{0{,}180}{10 \times 10^3} = 1{,}8 \times 10^{-5} \cdot {}^{m}\!/_{m} = 0{,}0180 \cdot {}^{mm}\!/_{mm}$$

2. Hitung total pertambahan panjang masing-masing bahan,

(a) baja:

$$\delta_{ST} = \varepsilon_{ST} L = 0{,}000870 \cdot (300) = 0{,}261 \cdot mm$$

(b) aluminium:

$$\delta_{AL} = \varepsilon_{AL} L = 0{,}002571 \cdot (300) = 0{,}7713 \cdot mm$$

(c) kayu:

$$\delta_W = \varepsilon_W L = 0{,}0180 \cdot (300) = 5{,}4 \cdot mm$$

Regangan dan total pertambahan panjang (*total deformation*) batang aluminium hampir tiga kali dari batang baja. Regangan kayu hampir dua puluh kali lebih besar daripada baja. Ini menunjukkan bahwa kekakuan baja secara jelas (signifikan) lebih besar daripada aluminium maupun kayu.

Kita telah mendapat pengertian tentang tegangan s, regangan ε, dan modulus elastisitas E. Pengertian ini dapat dikombinasikan untuk menentu-

kan pertambahan panjang total (*total deformation*) δ bahan prismatik yang dibebani secara aksial. Kita mulai dengan definisi modulus elastisitas dan substitusikan dengan tegangan dan regangan:

$$E = \frac{s}{\varepsilon} = \frac{P/A}{\delta/L} = \frac{PL}{A\delta}$$

Selesaikan untuk mendapatkan δ:

$$\delta = \frac{PL}{AE} \quad \text{..... (4.10)}$$

dengan δ : deformasi aksial total (mm)
P : total beban aksial luar yang bekerja (N)
L : panjang benda (mm)
A : luas penampang benda (mm^2)
E : modulus elastisitas (MPa)

Persamaan (4.10) adalah valid hanya jika bahan tidak mencapai batas proporsional.

CONTOH SOAL 4.11

Sebuah pipa dengan panjang 750 mm mengalami gaya tarik aksial sebesar 22.250 N. Pipa terbuat dari baja dengan diameter luar 19 mm dan diameter dalam 12 mm. Hitung tegangan tarik di dalam pipa dan deformasi aksial total. Anggap $E = 207 \times 10^3$ MPa dan batas proporsional adalah 250 MPa.

PENYELESAIAN

1. Luas penampang pipa adalah:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_o^2 - d_i^2) = \frac{\pi}{4} \cdot \left(0{,}019^2 - 0{,}012^2\right) = 0{,}000170 \cdot m^2$$

2. Hitung deformasi aksial (pertambahan panjang)

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{22.250 \cdot (0.750)}{0{,}00017 \cdot \left(207 \times 10^9\right)} = 0{,}000474 \cdot m = 0{,}474211 \cdot mm$$

3. Hitung tegangan tarik yang terjadi dan uji apakah ini tidak mencapai batas proporsional:

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{22.250}{0{,}000170} = 131 \cdot MPa < 250 \cdot MPa \quad \text{OK}$$

CONTOH SOAL 4.12

Berat beban sebesar 6700 N harus disangga oleh kawat baja dengan panjang 7,5 m. Tegangan tarik kawat baja tidak boleh melebihi 138 MPa dan deformasi total tidak boleh melampaui 4,57 mm. Hitung diameter kawat baja yang diperlukan. Abaikan berat kawat baja. Gunakan $E = 207 \times 10^3$ MPa dan batas proporsional 234 MPa.

PENYELESAIAN

Luas penampang kawat baja yang dibutuhkan dihitung berdasarkan beban yang bekerja terhadap tegangan tarik ijin:

$$A = \frac{P}{s_{t(ijin)}} = \frac{6700}{138 \times 10^6} = 4{,}855 \times 10^{-5} \cdot m^2$$

Luas penampang kawat baja yang diperlukan juga dihitung berdasarkan deformasi ijin total menggunakan persamaan (5.1), yaitu:

$$A = \frac{PL}{\delta E} = \frac{6700 \cdot (7{,}5)}{0{,}00457 \cdot \left(207 \times 10^9\right)} = 5{,}312 \times 10^{-5} \cdot m^2$$

Dipilih luasan yang lebih besar (dihitung berdasarkan deformasi ijin total) untuk memenuhi kedua keadaan sehingga diameter kawat baja yang diperlukan adalah:

$$d = \sqrt{\frac{5{,}312 \cdot 10^{-5} \cdot (4)}{\pi}} = 8{,}224 \times 10^{-3} \cdot m = 8{,}224 \cdot mm$$

Akhirnya dilakukan uji bahwa tegangan tarik lebih kecil daripada batas proporsional:

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{6700}{5{,}312 \times 10^{-5}} = 126 \cdot MPa < 234 \cdot MPa \quad \text{OK}$$

CONTOH SOAL 4.13

Sebuah kawat tembaga dengan panjang 45 m dan diameter 3 mm digantung pada kedua ujungnya. Berat satuan tembaga adalah 86,4 kN/m^3. Hitung (a) deformasi total kawat tembaga akibat beratnya sendiri. (b) regangan rata-rata kawat karena beratnya sendiri. (c) pertambahan panjang kawat δ (yang meliputi pertambahan panjang akibat berat sendiri) jika sebuah beban luar sebesar 310 N bekerja pada kawat, (d) beban maksimum P yang bekerja pada kawat yang dapat ditumpu dengan aman oleh kawat jika tegangan tarik ijin adalah 83 MPa.

PENYELESAIAN

Untuk kawat yang digantung vertikal pada kedua ujungnya, pertambahan panjang total yang diakibatkan oleh berat kawat sama dengan beban oleh separuh berat yang bekerja (ini sama dengan berat beban rata-rata yang bekerja sepanjang kawat).

1. Berat kawat adalah sama dengan total volume dikalikan dengan berat satuan tembaga:

$$Berat = \frac{\pi d^2}{4}(L) \cdot \left(86{,}4 \times 10^3\right)$$

$$= \frac{\pi (0{,}003)^2}{4}(45) \cdot \left(86{,}4 \times 10^3\right) = 27{,}355 \cdot N$$

Luas penampang kawat tembaga berdiameter 3 mm adalah 7,609 x 10^{-6} m^2. Pertambahan panjang dihitung menggunakan E dari Apendiks G.

$$\delta = \frac{(P/2) \cdot L}{A \cdot E} = \frac{(27.355/2) \cdot 45}{7{,}609 \times 10^{-6} \cdot 103 \times 10^9} = 7{,}853 \times 10^{-4} \cdot m$$

2. Regangan rata-rata:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{7{,}853 \times 10^{-4}}{45} = 1{,}745 \times 10^{-5} \cdot m/m$$

3. Pertambahan panjang tambahan akibat beban luar 310 N,

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{310 \cdot 45}{7{,}609 \times 10^{-6} \cdot 103 \times 10^9} = 0{,}0178 \cdot m$$

Sehingga total δ = 7,853x10^{-4} + 0,0178 = 0,018585 m

4. Untuk mendapatkan beban maksimum P yang dapat disangga dengan aman dihitung dari tegangan maksimum karena berat kabel:

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{27{,}355}{7{,}609 \times 10^{-6}} = 3{,}595 \cdot MPa$$

Jadi bagian dari tegangan ijin sisa yang menahan beban P adalah:

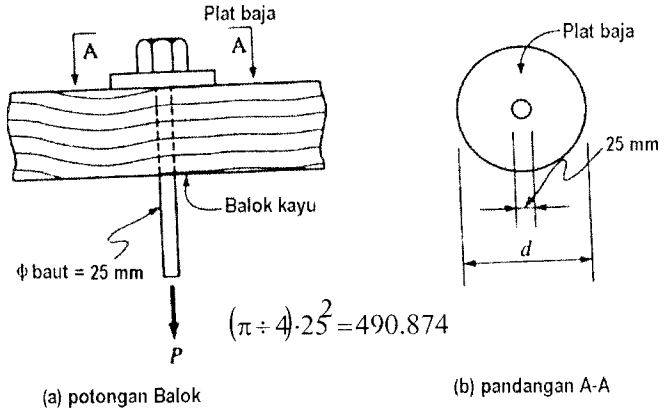
83 – 3,595 = 79,405 MPa.

Sehingga beban ijin maksimum adalah:

$$P = A \cdot s_t = 7{,}609 \times 10^{-6} \cdot 79{,}405 \times 10^6 = 604{,}19 \cdot N$$

CONTOH SOAL 4.14

Sebuah baut *extend* balok kayu (baut yang dapat menaik-turunkan balok kayu) berdiameter 25 mm berdiri vertikal terhadap balok kayu (Gambar 4.12). Tegangan tarik maksimum yang bekerja pada baut adalah 83 MPa. Tentukan diameter (d) minimum yang diperlukan oleh plat baja berbentuk lingkaran yang ditaruh di bawah kepala baut. Tegangan bantalan kayu tidak boleh melebihi 3,4 MPa.



$(\pi \div 4).25^2 = 490.874$

Gambar 4.12 Baut Balok Kayu

PENYELESAIAN

Luas penampang baut $= (\pi \div 4).25^2 = 490.874\ \text{mm}^2$. Beban tarik P yang bekerja sehingga menyebabkan tegangan tarik 83 MPa diperoleh dari persamaan (4.2):

$$P = s_t \times A = 83 \times 10^6 \times 490{,}874 \times 10^{-6} = 40.743 \times N$$

Luas bantalan yang diperlukan di antara plat baja dan balok kayu dihitung dari persamaan (4.3):

$$A = \frac{P}{s_{p(ijin)}} = \frac{40.743}{3{,}4 \times 10^6} = 11.986 \times 10^{-6} \cdot m^2 = 11.986 \cdot mm^2$$

Jika dianggap plat mempunyai diameter lubang untuk baut (tanpa *allowance*), maka luas bantalan kontak antara plat baja dan balok kayu adalah:

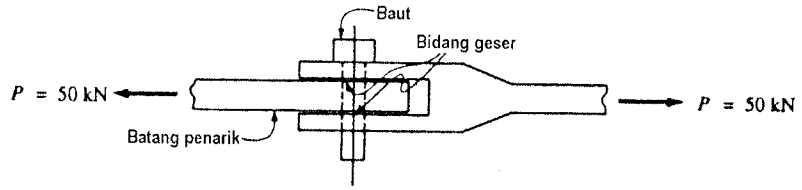
$$A = (\pi/4) \cdot d^2 - (\pi/4) \cdot (25)^2$$

$$11.986 = 0{,}7854 \times d^2 - 0{,}7854 \times (25)^2$$

$$d = 126 \cdot mm$$

CONTOH SOAL 4.15

Sebuah traktor ditunjukkan pada Gambar 4.13. Traktor digunakan untuk menarik batang kayu gelondongan dengan gaya yang harus ditransmisikan oleh baut geser (*shear bolt*) adalah sebesar 50 kN. (a) hitung tegangan geser baut jika diameter baut adalah 19 mm, (b) hitung persentase peningkatan tegangan geser jika diameter baut dikurangi menjadi 16 mm.



Gambar 4.13 Diagram Traktor

PENYELESAIAN

Terdapat dua bidang yang menahan beban geser. Masing-masing bidang geser menahan 25 kN, setengahnya dari beban total 50 kN.

1. Luas penampang baut diameter 19 mm: $(\pi \div 4).19^2 = 283.529\ \text{mm}^2$.

   Tegangan geser rata-rata adalah:

$$s_s = \frac{P}{A} = \frac{25 \times 10^3}{283{,}5 \times 10^{-6}} = 88{,}18 \cdot MPa$$

2. Luas penampang baut diameter 16 mm: $(\pi \div 4).16^2 = 201.062\ \text{mm}^2$.

   Tegangan geser rata-rata adalah:

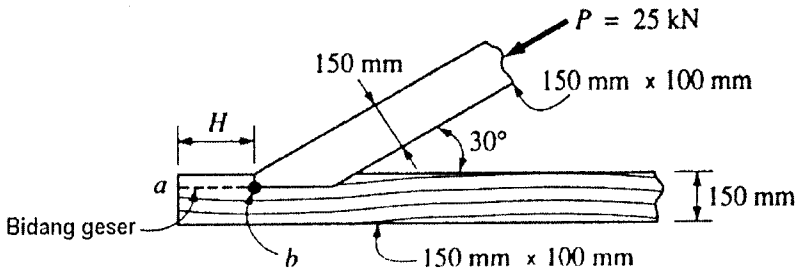
$$s_s = \frac{P}{A} = \frac{25 \times 10^3}{201{,}1 \times 10^{-6}} = 124{,}32 \cdot MPa$$

   Persentase peningkatan tegangan geser adalah:

$$\frac{124{,}32 - 88{,}18}{88{,}18} \times 100\% = 41\%$$

CONTOH SOAL 4.16

Hitung jarak H yang diperlukan sambungan bawah batang penopang kayu (*timber truss*) sehingga tidak mencapai tegangan geser ijin sejajar terhadap garis serat (*timber grain*) sebesar 825 kPa sepanjang bidang a-b. Gunakan ukuran sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.14.



Gambar 4.14 Sambungan Kayu

PENYELESAIAN

Hitung komponen mendatar P yang sejajar bidang geser:

$$P_H = P \times \cos \times 30^\circ = 25 \times kN \times (0{,}866) = 21{,}7 \times kN$$

dari persamaan (4.5), luas geser yang diperlukan sepanjang bidang a-b:

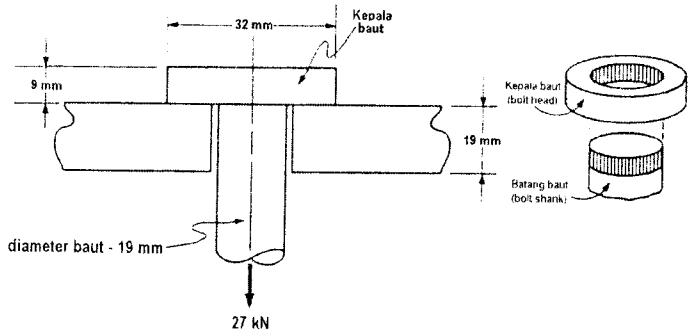
$$A = \frac{P}{s_{s(ijin)}} = \frac{21{,}7 \times 10^3}{825 \times 10^3} = 0{,}0263 \cdot m^2 = 26.300 \cdot mm^2$$

Karena luasan bidang geser sepanjang a-b adalah hasil dari perkalian H dengan tebal kayu (150 mm), maka:

$$H = \frac{A}{150 \cdot mm} = \frac{26.300 \cdot mm^2}{150 \cdot mm} = 174 \cdot mm$$

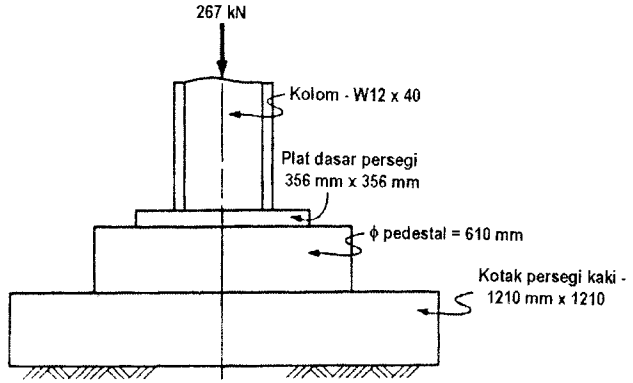
LATIHAN SOAL

1. Sebuah baut dengan diameter 19 mm sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.15 dikenakan beban tarik sebesar 27 kN. Baut melalui plat dengan tebal plat 19 mm. Hitung (a) tegangan tarik baut dan (b) tegangan geser kepala baut.



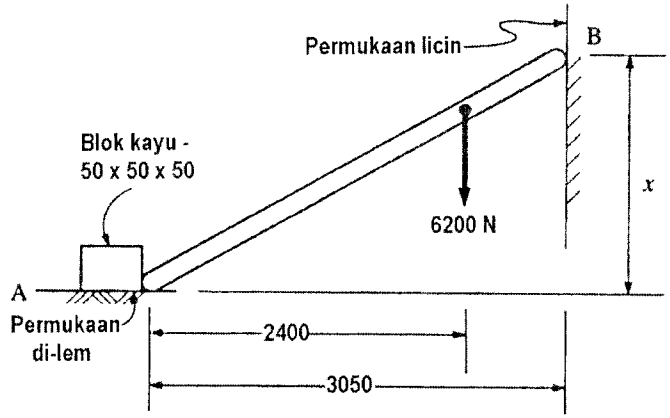
Gambar 4.15 Soal No. 1

2. Sebuah kolom pada Gambar 4.16 ditopang oleh plat dasar (*base plate*), pedestal, dan kaki (*footing*) sebagaimana ditunjukkan pada gambar. Beban yang bekerja pada kolom 267 kN. Tentukan tegangan bantalan pada tiap-tiap elemen (abaikan beratnya).



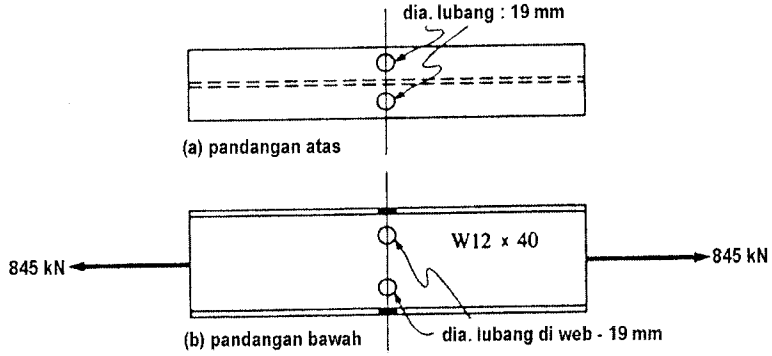
Gambar 4.16 Soal No. 2

3. Struktural miring di bawah ini ditahan dengan balok yang dilem sebagaimana ditunjukkan. Tegangan geser maksimum (*ultimate shear stress*) sambungan lem adalah 7240 kPa. Tentukan dimensi x yang menyebabkan sambungan lem akan lepas.



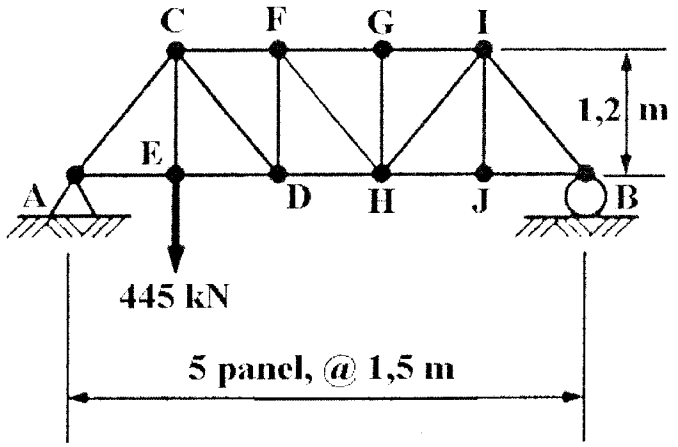
Gambar 4.17 Soal No. 3

4. Sebuah baja struktural W12 x 40 dikenakan beban tarik 845 kN sebagaimana tampak pada Gambar 4.18. Tentukan tegangan yang terjadi pada bagian mendatar jika terdapat total 6 lubang yang telah dibuat, masing-masing dua lubang pada tiap flange dan dua pada web. Diameter lubang adalah 19 mm (abaikan konsentrasi tegangan).



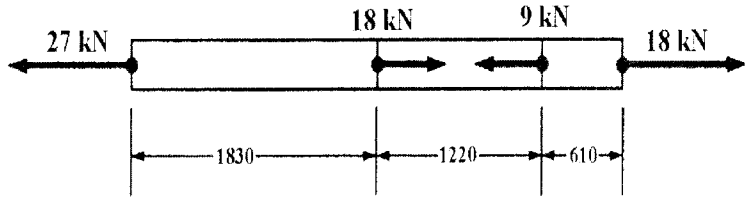
Gambar 4.18 Soal No. 4

5. Untuk struktur penopang (*truss*) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.19, hitung deformasi total CD, GH, dan CE karena bekerja beban sebesar 445 kN. Struktural terbuat dari baja dengan luas penampang 16 cm^2. Tunjukkan pada bagian mana yang mengalami tekan atau tarik.



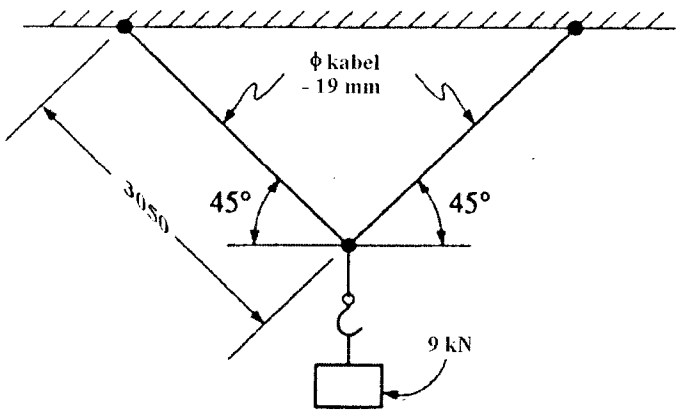
Gambar 4.19 Soal No. 5

6. Suatu batang baja dengan ukuran penampang 12 mm x 12 mm dikenakan beban aksial sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.20 di bawah ini. Hitung total pertambahan panjang pada batang baja.



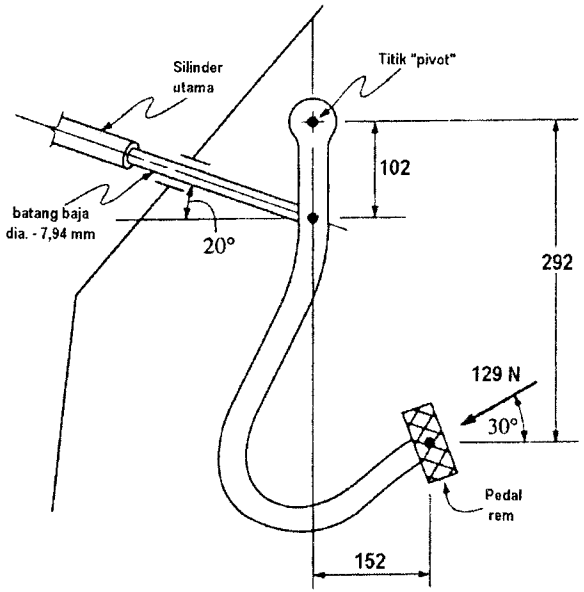
Gambar 4.20 Soal No. 6

7. Sebuah kait ditarik dua buah kabel baja berdiameter 19 mm sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.21. Sebuah beban sebesar 9 kN bekerja pada kait. Hitung jarak kait akan jatuh karena mulurnya kabel.



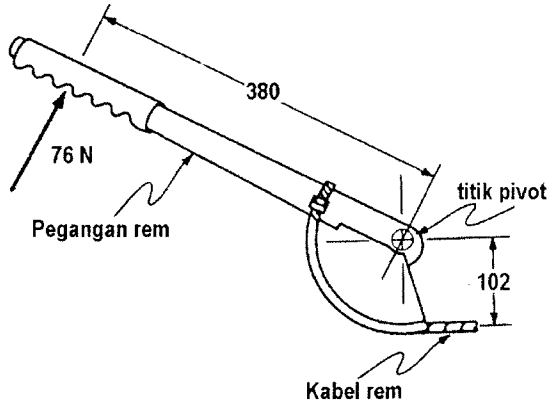
Gambar 4.21 Soal No. 7

8. Batang piston dari baja menjadi silinder utama berdiameter 7,94 mm. Tentukan tegangan di dalam piston jika sebuah gaya sebesar 129 N bekerja pada pedal rem sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.22.



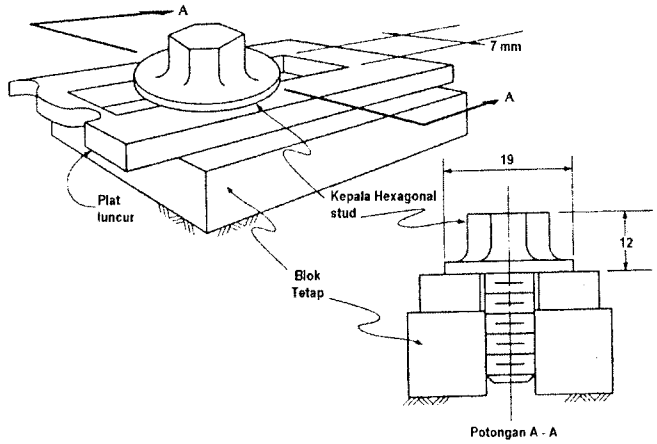
Gambar 4.22 Soal No. 8

9. Seuntai kabel rem baja sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.23 disusun oleh tujuh kabel, masing-masing berdiameter 1,2 mm. Tentukan tegangan pada kabel jika bekerja gaya sebesar 76 N.



Gambar 4.23 Soal No. 9

10. Mekanisme penguncian menggunakan slot plat luncur (*slotted slide plate*) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.24. Lebar slot adalah 7 mm. Stud berdiameter 3 mm dikeraskan oleh gaya sebesar 890 N. (a) tentukan tegangan geser pada kepala stud, (b) tentukan tegangan bantalan di antara stud dan slot plat luncur.



Gambar 4.24 Soal No. 10

BAB 5
SIFAT-SIFAT BAHAN TEKNIK

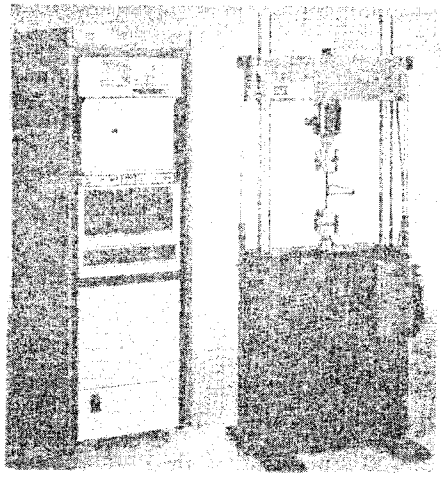
5.1 UJI TARIK

Sifat-sifat bahan teknik perlu diketahui secara baik karena bahan tersebut dipergunakan untuk berbagai macam keperluan dalam berbagai keadaan. Sifat-sifat bahan yang diinginkan sangat banyak, antara lain: sifat-sifat mekanik (kekuatan, kekerasan, kekakuan, keliatan, keuletan, kepekaan takik atau kekuatan impak, dsb.), sifat-sifat termal (panas jenis, pemuaian, konduktivitas, dsb.), sifat-sifat kimia (reaksi kimia, ketahanan korosi, segregasi, dsb.), sifat-sifat fisik (ukuran, massa jenis, struktur, dsb.), sifat-sifat listrik (hantaran listrik dielektrisitas, dsb.), sifat-sifat magnet (permeabilitas, koersivitas, histrisis, dsb.), sifat-sifat teknologi (mampu mesin, mampu keras, dsb.) dan masih banyak lagi. Pada tinjauan kekuatan bahan, kita akan menelaah sifat-sifat mekanik.

Deformasi bahan yang disebabkan oleh beban tarik adalah dasar pengujian dan kajian mengenai kekuatan bahan. Hal ini disebabkan oleh beberapa alasan, yaitu:

1. mudah dilakukan.
2. menghasilkan tegangan merata pada penampang.
3. kebanyakan bahan lebih mudah dilakukan uji tarik daripada uji tekan, misalnya, sehingga dalam pengujian bahan teknik, kekuatan paling sering dinyatakan dengan uji tarik.

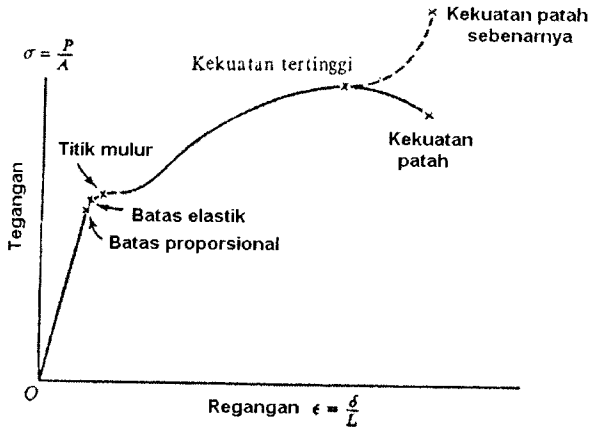
Uji tarik dilaksanakan di laboratorium menggunakan satu dari beberapa jenis mesin uji. Beban dibaca dari jarum penunjuk (*dials*) atau layar digital. Beberapa mesin uji dapat membaca dan mencatat data secara otomatis dan menggambarnya dalam kertas plot (Gambar 5.1). Tegangan diperoleh dengan membagi beban dengan luas penampang awal spesimen. Luasan spesimen akan berubah selama pembebanan.



Gambar 5.1 Mesin Uji Tarik Hidrolik (MTS Systems Corp.)

5.2 DIAGRAM TEGANGAN-REGANGAN

Jika suatu benda ditarik maka akan mulur (*extension*), terdapat hubungan antara pertambahan panjang dengan gaya yang diberikan. Jika gaya persatuan luasan disebut tegangan dan pertambahan panjang disebut regangan maka hubungan ini dinyatakan dengan grafik tegangan dan regangan (*stress-strain graph*).

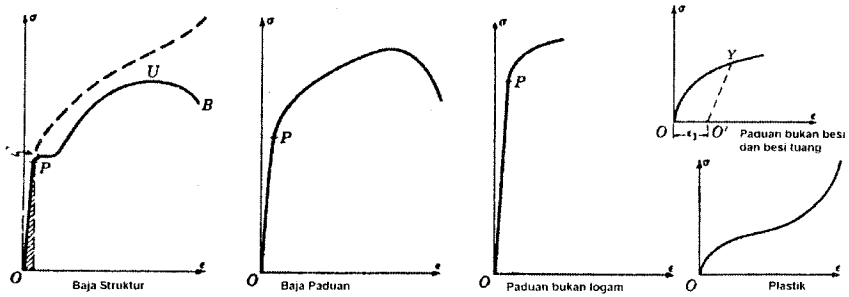


Gambar 5.2 Diagram Tegangan-Regangan

Batas proporsional (*proportional limit*). Dari titik asal *O* ke suatu titik yang disebut batas proporsional masih merupakan garis lurus (lihat Gambar 5.2). Pada daerah ini berlaku hukum Hooke, bahwa tegangan sebanding dengan regangan. Kesebandingan ini tidak berlaku di seluruh diagram. Kesebandingan ini berakhir pada batas proporsional.

Batas elastis (*elastic limit*). Batas elastis merupakan batas tegangan di mana bahan tidak kembali lagi ke bentuk semula apabila beban dilepas tetapi akan terjadi deformasi tetap yang disebut *permanent set*. Untuk banyak material, nilai batas proporsional dan batas elastik hampir sama. Untuk membedakannya, batas elastik selalu hampir lebih besar daripada batas proporsional.

Titik mulur (*yield point*). Titik mulur adalah titik di mana bahan memanjang mulur tanpa pertambahan beban. Gejala mulur khususnya terjadi pada baja struktur (*medium-carbon structural steel*), paduan baja atau bahan lain tidak memilikinya, seperti ditunjukkan oleh kurva tegangan-regangan khusus yang ditunjukkan pada Gambar 5.3.



Gambar 5.3 Diagram Tegangan-Regangan Khusus

Kekuatan maksimum (*ultimate strength*). Titik ini merupakan ordinat tertinggi pada kurva tegangan-regangan yang menunjukkan kekuatan tarik (*tensile strength*) bahan.

Kekuatan patah (*breaking strength*). Kekuatan patah terjadi akibat bertambahnya beban mencapai beban patah sehingga beban meregang dengan sangat cepat dan secara simultan luas penampang bahan bertambah kecil.

5.3 SIFAT-SIFAT MEKANIS BAHAN

Sebagaimana dinyatakan sebelumnya, nilai tegangan diperoleh dari uji tarik adalah batas proporsional, batas elastis, tegangan mulur, tegangan maksimum, dan tegangan patah. Sebagai tambahan, modulus elastisitas, persen pertambahan dan persen pengurangan luas penampang spesimen uji juga diperoleh. Nilai-nilai ini mendefinisikan sifat-sifat mekanis yang sangat berguna dalam penerapan kekuatan bahan.

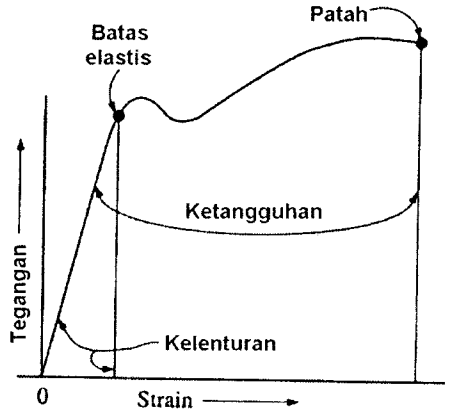
Ada beberapa sifat mekanis lain yang dapat menjelaskan bagaimana bahan merespons beban yang bekerja dan deformasi yang terjadi. Sifat-sifat tersebut adalah:

1. Kekakuan (*stiffness*), adalah sifat bahan yang mampu renggang pada tegangan tinggi tanpa diikuti regangan yang besar. Ini merupakan ketahanan terhadap deformasi. Kekakuan bahan merupakan fungsi dari modulus elastisitas *E*. Sebuah material yang mempunyai nilai *E* tinggi seperti baja, *E* = 207.000 MPa, akan berdeformasi lebih kecil terhadap beban (sehingga kekakuan lebih tinggi) daripada material dengan nilai *E* lebih rendah, misalnya kayu, dengan E = 7000 MPa atau kurang.
2. Kekuatan (*strength*), adalah sifat bahan yang ditentukan oleh tegangan paling besar material mampu renggang sebelum rusak (*failure*). Ini dapat didefinisikan oleh batas proporsional, titik mulur atau tegangan maksimum. Tidak ada satu nilai yang cukup bisa untuk mendefinisikan kekuatan, karena perilaku bahan berbeda terhadap beban dan sifat pembebanan.
3. Elastisitas (*elasticity*), adalah sifat material yang dapat kembali ke dimensi awal setelah beban dihilangkan. Sangat sulit menentukan nilai tepat elastisitas. Yang bisa dilakukan adalah menentukan rentang elastisitas atau batas elastisitas.
4. Keuletan (*ductility*), adalah sifat bahan yang mampu deformasi terhadap beban tarik sebelum benar-benar patah (*rupture*). Material ulet adalah material yang dapat ditarik menjadi kawat tipis panjang dengan gaya tarik tanpa rusak. Keliatan ditandai dengan persen perpanjangan panjang ukur spesimen selama uji tarik dan persen pengurangan luas penampang. Besar keuletan dapat dinyatakan dengan pernyataan sebagai berikut:

$$\text{Persen pertambahan} = \frac{\text{pertambahan.panjang.ukur}}{\text{panjang.ukur.awal}} \times 100\% \cdots (5.1)$$

$$\text{Persen pengurangan luas} = \frac{\text{luas.awal-luas.akhir}}{\text{luas.awal}} \times 100\% \cdots\cdots (5.2)$$

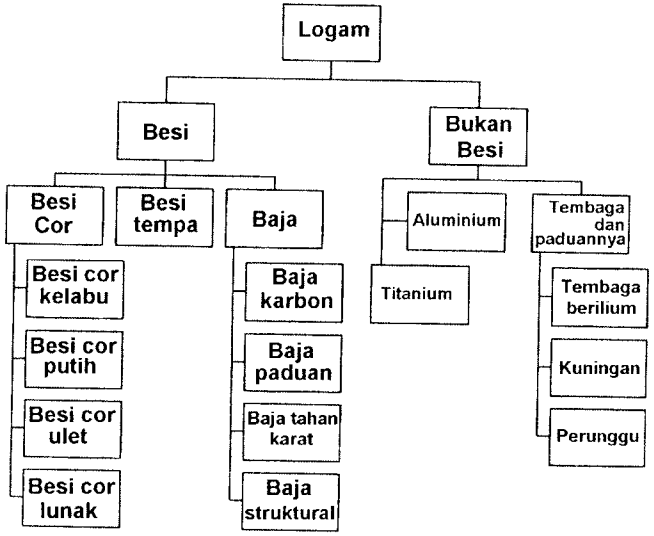
5. Kegetasan (*brittleness*), menunjukkan tidak adanya deformasi plastis sebelum rusak. Material yang getas akan tiba-tiba rusak tanpa adanya tanda terlebih dahulu. Material getas tidak mempunyai titik mulur atau proses pengecilan penampang (*necking down process*) dan kekuatan patah sama dengan kekuatan maksimum. Material getas, misalnya besi cor, batu, dan semen cor, umumnya lemah dalam uji tarik sehingga penentuan kekuatan dilakukan dengan uji tekan.
6. Kelunakan (*malleability*), adalah sifat bahan yang mengalami deformasi plastis terhadap beban tekan yang bekerja sebelum benar-benar patah. Kebanyakan material yang sangat liat adalah juga cukup lunak.
7. Ketangguhan (*toughness*), adalah sifat material yang mampu menahan beban impak tinggi atau beban kejut. Jika sebuah benda mendapat beban impak, sebagian energi diserap dan sebagian dipindahkan. Pengukuran ketangguhan adalah sama dengan luasan di bawah kurva tegangan-regangan dari titik asal O ke titik patah, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.4.
8. Kelenturan (*resilience*), adalah sifat material yang mampu menerima beban impak tinggi tanpa menimbulkan tegangan lebih pada batas elastis. Ini menunjukkan bahwa energi yang diserap selama pembebanan disimpan dan dikeluarkan jika material tidak dibebani. Pengukuran kelenturan sama dengan pengukuran ketangguhan.



Gambar 5.4 Kelenturan dan Ketangguhan

5.4 BAHAN LOGAM TEKNIK

Pada bagian ini kita akan mempelajari beberapa dari logam yang umum digunakan dalam permesinan dan struktural. Beberapa di antaranya ditabelkan pada Gambar 5.5. Logam umumnya dibagi menjadi dua, yaitu besi (*ferrous*) dan bukan besi (*nonferrous*).



Gambar 5.5 Logam untuk Permesinan dan Struktural

LOGAM BESI

Logam besi paling banyak dipakai sebagai bahan industri karena sifat-sifatnya yang bervariasi, mulai dari yang paling lunak dan mudah dibawa sampai yang paling keras dan tajam untuk pisau potong, atau apa saja dengan bentuk apapun dapat dibuat dengan pengecoran. Logam bukan besi yang paling banyak dipakai adalah (1) aluminium karena sifat ketahanan korosi yang baik, penghantar listrik yang baik, dan ringan, (2) tembaga dan paduannya terutama dipakai sebagai kawat atau bahan penukar panas dan penghantar listrik, dan (3) titanium karena sifat ketahanan korosi yang sangat baik.

Komponen utama dan dasar logam besi adalah bijih besi, suatu bahan yang sering dijumpai dalam perut bumi. Karena kemampuan untuk berikatan dengan elemen lain, bijih besi tidak pernah ditemukan dalam bentuk murni di alam. Besi harus dipisah dari bijih besi, mineral dan batu endapan yang menempel.

Besi dipisah dari bijih besi di dalam dapur tinggi (*blast furnace*). Proses pembuatannya memerlukan kombinasi bijih besi, bahan bakar, dan fluks dari hancuran batu kapur untuk mengeluarkan kotoran. Besi yang dihasilkan dalam dapur pembakaran kemudian diproses untuk membuat baja (*steel*), besi cor (*cast iron*), dan besi tempa (*wrought iron*) atau paduan baja karbon yang mengandung sedikit belerang, fosfor, silikon dan mangan. Elemen lain juga ditambahkan, misalnya nikel dan kromium untuk meningkatkan sifat fisik dan mekanis.

Besi Cor

Besi cor merupakan kelompok logam yang merupakan paduan karbon dan silikon dengan besi. Yang termasuk di dalamnya adalah:

1. Besi cor kelabu (*gray cast iron*) – kekuatan tarik berkisar antara 180 MPa dan 400 MPa, kekuatan tekan maksimum tiga sampai lima kali lebih besar daripada kekuatan tariknya. Besi cor kelabu termasuk material yang getas sehingga sebaiknya tidak dikenakan pembebanan dinamik. Mempunyai ketahanan yang sangat baik terhadap korosi dan sobek dan kemampuan yang baik dalam menahan getaran. Besi cor

kelabu digunakan dalam blok mesin mobil, roda gigi, bagian rem, plat kopling, rol penggiling, dan perpipaan.

2. Besi cor putih (*white cast iron*) – permukaan patahan berwarna putih, lebih keras dan tahan abrasi daripada besi cor kelabu, tetapi lebih getas sehingga lebih sulit di-*machining* dan dicor dan kurang tahan korosi. Besi cor putih digunakan untuk roda pesawat terbang dan rol penggiling.
3. Besi ulet (*ductile iron*) – dikenal juga dengan nama besi cor nodular, yang sesuai dengan namanya mempunyai keuletan yang baik, ketahanan korosi dan ketahanan panas yang baik pula sehingga dipakai untuk berbagai keperluan seperti untuk perpipaan, rol penggiling, cetakan, komponen mekanik, komponen tungku, dan untuk konstruksi teknik sipil.
4. Besi lunak (*malleable iron*) – mempunyai kekuatan tekan maksimum lebih tinggi daripada besi ulet, lebih mudah di-*machining*, ketahanan sobek yang baik. Besi lunak digunakan sebagai sambungan pipa (*pipe fittings*), mesin konstruksi, komponen truk, dan mobil.

Besi Tempa

Besi tempa (*wrought iron*) merupakan logam besi dengan ketahanan yang baik terhadap korosi. Mempunyai sifat ulet yang baik, lunak, tangguh, dan mudah di-*machining*. Kandungan karbon lebih kecil daripada 0,1%, sering digunakan untuk pekerjaan besi ornamen, grating, pipa air dan pipa uap.

BAJA

Baja merupakan paduan besi dan berbagai macam elemen dengan komposisi karbon yang mempunyai pengaruh sangat kuat terhadap sifat-sifatnya. Banyak jenis baja tersedia, tetapi kita akan membahas empat macam, yaitu:

1. Baja karbon (*carbon steel*) – kekuatan tarik maksimum berkisar antara 296 MPa dan 840 MPa. Baja karbon disebut juga baja mesin, mengandung sejumlah kecil elemen seperti mangaan, fosfor, silikon, dan

sebagainya. Kekuatan dan kekerasan baja karbon meningkat dengan peningkatan unsur karbon tetapi menjadi lebih getas dan keuletan berkurang.

2. Baja paduan (*alloy steel*) – di samping karbon, baja paduan mengandung aluminium, kromium, tembaga, mangaan, molybdenum, nikel, fosfor, silikon, titanium, dan vanadium. Baja paduan digunakan untuk meningkatkan kekerasan, ketangguhan, keuletan dan kekuatan tarik baja.
3. Baja tahan karat (*stainless steel*) – sesuai dengan namanya merupakan paduan kromium dan besi yang mempunyai ketahanan korosi sangat baik. Ketahanan korosi akibat terbentuknya lapisan oksida kromium. Kandungan kromium minimum 30%, dengan 12% untuk membentuk lapisan dan 18% untuk ketahanan korosi udara. Elemen lain misal nikel, aluminium, silikon dan molybdenum. Baja tahan karat digunakan dalam kimia proses, peralatan proses minyak, perpipaan dan sebagainya.
4. Baja struktural (*structural steel*) – bentuk baja struktural mengandung pengertian baja pengerolan panas dengan berbagai bentuk dan bermacam elemen paduan yang digunakan untuk ketahanan beban dan gaya yang bekerja. Struktural bisa jadi merupakan bangunan, jembatan, tiang transmisi. Bentuk baja yang umum digunakan adalah bentuk W (*wide flange*), bentuk C (*channels*), bentuk L (*angle bar*), batang (*bars*) dan pipa baja.

LOGAM NON-BESI

Logam non-besi dan paduannya sangat penting penggunaannya dalam keteknikan. Beberapa karena perbandingan kekuatan terhadap berat dan karena ketahanan korosi yang sangat baik. Sifat-sifat mekanis logam non-besi terutama ditentukan oleh jumlah dan jenis elemen paduan, metode pembuatan dan proses perlakuan panasnya. Logam non-besi yang akan kita bahas ada tiga, yaitu:

1. Aluminium (*aluminum*) – merupakan logam ringan dengan ketahanan korosi dan penghantar listrik yang baik dan sifat-sifat baik lainnya sebagai sifat logam. Dalam bentuk murni, kekuatan tarik maksimum

69 MPa. Kebanyakan aluminium digunakan dalam bentuk paduan. Beratnya ringan (sepertiga berat baja) tetapi koefisien ekspansi termal tinggi (hampir dua kali baja) dan modulus elastisitas hanya 69.000 MPa (hampir sepertiga baja). Penggunaannya untuk industri penerbangan, bangunan arsitektur, tanki, struktur transportasi dan bejana tekan.

2. Titanium – lebih ringan 45% daripada baja dan 70% lebih berat daripada aluminium. Kekuatan tarik maksimum dapat mencapai 1.380 MPa, modulus elastisitas 110.000 MPa (60% lebih tinggi daripada aluminium). Proses pembuatannya yang mahal sehingga pemanfaatannya terbatas untuk bejana tekan, bagian mesin jet dan pesawat ruang angkasa.
3. Tembaga dan paduannya (*copper and copper alloys*) – sifat tembaga dan paduannya adalah konduktivitas listrik dan termal yang tinggi, ketahanan korosi yang baik, lunak, mudah dibentuk dan kuat. Tembaga murni untuk keperluan industri dicairkan dari tembaga yang diproses dengan elektrolisis yang diklasifikasikan menjadi tiga macam menurut kadar oksigen dan cara deoksidasi, yaitu tembaga ulet, tembaga deoksidasi, dan tembaga bebas oksigen. Tembaga dan paduannya digunakan secara luas untuk peralatan penukar kalor, ketel uap dan peralatan untuk produksi kimia, bahan makanan dan sayuran.

5.5 BAHAN TEKNIK NON-LOGAM

Beberapa bahan yang umum digunakan dalam keteknikan yang akan kita bahas ada tiga, yaitu:

1. Semen cor (*concrete*) – semen cor pada prinsipnya adalah campuran semen dan pasir, kerikil, batu, dan air. Kekuatan semen cor sangat dipengaruhi oleh perbandingan campuran, penempatan semen cor, *finishing,* dan *curing time*. Kekuatan tekan semen cor ada pada rentang 17 sampai 62 MPa.
2. Kayu (*wood*) – merupakan bahan konstruksi alam yang paling tua. Kayu dibagi menjadi dua, yaitu kayu serat pendek (*softwood*) dan kayu serat panjang (*hardwood*). Kekuatan kayu sangat bervariasi tergantung lokasi geografis dan juga musim.

3. Plastik – merupakan kelompok bahan organik sintetis yang dibuat dengan proses yang disebut *polymerization*. Plastik diklasifikasikan menjadi dua, yaitu: *thermoplastics* dan *thermosetting plastics*. *Thermoplastics* diformulasikan sedemikian hingga kaku, tahan terhadap deformasi, ulet, kekuatan rendah dan tahan impak, misal polyvinyl chloride (PVC), teflon, nylon, plexiglass, lucite, delrin dan polystyrene. *Thermosetting plastics* tidak mempunyai titik leleh sehingga dapat rusak akibat panas, getas dan kuat, misalnya phenol-formaldehyde (bakelite), epoxies, polyester, silicones, urethanes, dan urea-formaldehide.

5.6 TEGANGAN IJIN DAN TEGANGAN AKTUAL

Desain dan analisis permesinan dan elemen struktural berdasarkan nilai batas tegangan dan regangan material. Nilai batas ini berdasarkan sifat-sifat mekanis bahan. Uji tarik dan hasilnya dalam diagram tegangan-regangan adalah uji yang paling umum dalam memberikan informasi sifat-sifat mekanis. Setelah beberapa nilai diperoleh untuk membuat diagram tegangan-regangan, hal ini memungkinkan untuk menentukan besar tegangan yang dapat dianggap sebagai tegangan batas atau ijin untuk kondisi atau problem yang diberikan. Tegangan ini disebut tegangan ijin (*allowable stress*) yang didefinisikan sebagai tegangan maksimum yang dianggap aman jika sebuah material dikenakan pembebanan.

Nilai tegangan ijin tergantung pada:

1. keuletan material,
2. tingkat perkiraan beban,
3. sifat-sifat material yang didefisikan oleh nilai numerik tegangan, misalnya batas proporsional, tegangan maksimum dan kekuatan maksimum,
4. jenis pembebanan: statis, siklus, atau impak,
5. tingkat ketelitian analisis dan metode desain,
6. kemungkinan penurunan selama desain struktur karena faktor-faktor seperti korosi

7. kemungkinan bahaya terhadap jiwa dan kepemilikan sebagai akibat kerusakan material.
8. desain hidup struktural apakah permanen atau sementara.

Tegangan aktual didefinisikan sebagai tegangan hitung (atau tegangan terhitung) yang timbul sebagai akibat beban yang bekerja. Tegangan aktual bisa berbeda tergantung pada besar beban. Seharusnya tegangan aktual tidak melebihi tegangan ijin.

CONTOH SOAL 5.1

Sebuah batang baja berdiameter 14 mm diuji tarik dan memanjang 0,182 mm pada panjang awal 200 mm dengan besar beban 29 kN. Hitung (a) tegangan, (b) regangan, dan (c) modulus elastisitas berdasarkan pembacaan ini. Batas proporsional baja = 228 MPa.

PENYELESAIAN

(a) Luas penampang batang baja adalah:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (14)^2 = 153{,}9 \cdot mm^2 = 153{,}9 \times 10^{-6} \cdot m^2$$

besar tegangan adalah:

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{29 \times 10^3 \cdot N}{153{,}9 \times 10^{-6} \cdot m^2} = 188{,}4 \times 10^6 \cdot N/m^2$$

$$= 188{,}4 \times 10^6 \cdot MPa < 228 \cdot MPa \quad \textbf{OK}$$

(b) Besar regangan adalah:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0{,}182 \cdot mm}{200 \cdot mm} = 0{,}00091 \cdot mm/mm$$

(c) Besar modulus elastisitas adalah:

$$E = \frac{s_t}{\varepsilon} = \frac{188{,}4 \times \text{MPa}}{0{,}00091} = 207.000 \times \text{MPa}$$

CONTOH SOAL 5.2

Batang baja ASTM A36 dengan panjang 6 m dikenakan beban tarik 10,7 kN. Hitung diameter batang yang diperlukan jika tegangan tarik adalah 150 MPa dan perpanjangan maksimum tidak boleh melebihi 6,5 mm. Batas proporsional baja adalah 234 MPa.

PENYELESAIAN

Luas penampang batang yang diperlukan berdasarkan tegangan:

$$A = \frac{P}{s_{t(all)}} = \frac{10{,}7 \times 10^3 \cdot N}{150 \times 10^6 \cdot N/m^2} = 0{,}0713 \times 10^{-3} \cdot m^2 = 71{,}3 \cdot mm^2$$

Luas penampang berdasarkan perpanjangan ijin, dari persamaan (5.10) adalah:

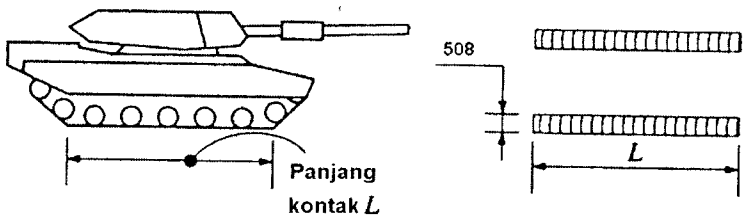
$$A = \frac{PL}{\delta.E} = \frac{\left(10{,}7 \times 10^3 \times N\right) \times (6 \times m)}{\left(6{,}5 \times 10^{-3} \times m\right) \times \left(207 \times 10^9 \times N/m^2\right)} = 47{,}7 mm^2$$

Dipilih luas penampang yang terbesar karena memenuhi baik berdasarkan tegangan tarik ijin, perpanjang ijin, yang juga lebih kecil dari batas proporsional. Dengan demikian diameter yang diperlukan adalah:

$$d = \sqrt{\frac{A}{\pi/4}} = \sqrt{\frac{71{,}3}{\pi/4}} = 9{,}53 \times \text{mm}$$

CONTOH SOAL 5.3

Sebuah kendaraan lapis baja militer, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.6, beroperasi pada tanah lapang dengan tekanan bantalan (*bearing*) pada *track-shoe* tidak boleh melebihi 69 kPa. Berat kendaraan maksimum adalah 30 ton dan lebar masing-masing adalah 508 mm. Tentukan panjang kontak L minimum yang diperlukan.



Gambar 5.6 *Track-Shoe* Kendaraan Lapis Baja

PENYELESAIAN

Tekanan bearing maksimum di bawah track-shoe adalah 69 kPa. Kita anggap ini sebagai tekanan ijin bearing. Panjang lintasan yang diperlukan akan berdasarkan pada tekanan maksimum ini. Luas kontak A untuk dua lintasan (*track*) adalah:

$$A = 2 \cdot L \cdot (0{,}508) = 1{,}016 \cdot L \cdot m^2$$

Berdasarkan tekanan bearing maksimum 69 kPa, luas bidang kontak yang diperlukan adalah:

$$A_{req} = \frac{F}{P} = \frac{30.000 \cdot kg \cdot (9{,}81 \cdot m/s^2)}{69 \times 10^3 \cdot Pa} = 4{,}2652 \cdot m^2$$

Maka panjang kontak minimum adalah:

$$L_{\min} = \frac{4{,}2652}{1{,}016} = 4{,}198 \cdot m$$

Jadi, panjang lintasan minimum adalah 4,2 m.

5.7 FAKTOR KEAMANAN

Agar tercapai suatu desain aman elemen struktural, ditentukan suatu faktor keamanan, yaitu perbandingan tegangan patah (*failure stress*) terhadap tegangan ijin. Umumnya, di dalam banyak desain seperti baja struktural dan aluminium, tegangan maksimum (*yield stress*) dianggap sebagai tegangan patah. Meskipun baja atau aluminium belum benar

patah (*rupture*) pada titik ini, deformasi yang cukup signifikan terjadi pada titik ini.

Sebagai contoh, anggap suatu baja struktural dengan tegangan maksimum 248 MPa dan tegangan tarik ijin 172 Mpa. Dalam hal ini faktor keamanannya menjadi:

$$\text{F.K} = \frac{\text{tegangan.maksimum}}{\text{tegangan.ijin}} = \frac{248}{172} = 1{,}44$$

Karena faktor keamanan dan tegangan ijin tidaklah berhubungan dan tergantung pada banyak faktor, nilainya akan berkisar antara 1,5 sampai 20. Sebagai contoh, untuk logam ulet (*ductile metals*) seperti baja yang dikenakan beban statik, faktor keamanan adalah 1,5. Untuk logam yang getas (*britlle metals*) misalnya besi cor atau kayu yang dikenakan beban kejut atau impak, faktor keamanan adalah 20 berdasarkan tegangan maksimum bahan.

CONTOH SOAL 5.4

Hasil tes spesimen uji baja ASTM A36 menunjukkan tegangan tarik ijin adalah 517 MPa dan tegangan maksimum 248 MPa. Jika tegangan tarik ijin untuk spesifikasi desain adalah 152 MPa, tentukan faktor keamanan berdasarkan (a) tegangan maksimum dan (b) tegangan tarik.

PENYELESAIAN

(a) $\text{F.K} = \dfrac{\text{Tegangan.maksimum}}{\text{tegangan.ijin}} = \dfrac{248}{152} = 1{,}62$

(b) $\text{F.K} = \dfrac{\text{Tegangan.tarik}}{\text{tegangan.ijin}} = \dfrac{517}{152} = 3{,}40$

CONTOH SOAL 5.5

Sebuah batang dengan panjang 3 m dikenakan beban tarik 67 kN. Menggunakan faktor keamanan 2,5 berdasarkan tegangan maksimum, tentukan diameter batang yang diperlukan jika batang dibuat dari (a) baja

dengan tegangan maksimum 345 MPa dan (b) paduan aluminium dengan tegangan maksimum 276 MPa.

PENYELESAIAN

(a) $$\text{tegangan.ijin} = \frac{\text{tegangan.maksimum}}{\text{F.K}} = \frac{345}{2,5} = 138.\text{MPa}$$

$$A_{req} = \frac{P}{s_{t(all)}} = \frac{67 \times 10^3 \times N}{138 \times 10^6 \times N/m^2} = 4,86 \times 10^{-4}.m^2$$

$$d_{req} = \sqrt{\frac{A_{req}}{\pi/4}} = \sqrt{\frac{4,86 \times 10^{-4}}{\pi/4}} = 0,025.m = 25.mm$$

(b) $$\text{tegangan..ijin} = \frac{\text{tegangan.maksimum}}{\text{F.K}} = \frac{276}{2,5} = 110,4.\text{MPa}$$

$$A_{req} = \frac{P}{s_{t(all)}} = \frac{67 \times 10^3 \times N}{110,4 \times 10^6 \times N/m^2} = 6,07 \times 10^{-4}.m^2$$

$$d_{req} = \sqrt{\frac{A_{req}}{\pi/4}} = \sqrt{\frac{6,07 \times 10^{-4}}{\pi/4}} = 0,028.m = 28.mm$$

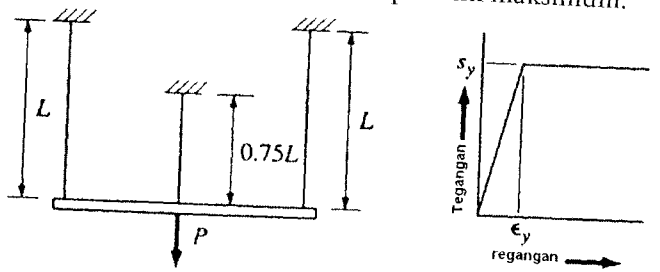
5.8 SIFAT ELASTIS-TIDAK ELASTIS

Pada Subbab 4.2 kita telah membuat analisis dan desain benda yang dikenakan beban tarik aksial. Desain meliputi penentuan luas penampang bahan dan kemudian memilih luas penampang yang digunakan. Desain proses didasarkan pada tegangan aksial ijin dan faktor keamanan terhadap kerusakan.

Rusak di sini mengandung pengertian suatu kondisi sebuah bahan yang tidak stabil apabila beban ditambah. Umumnya bahan akan berdeformasi elastis jika terbuat dari material ulet atau akan patah jika terbuah dari bahan getas. Untuk bahan ulet, titik tegangan maksimum umumnya dinyatakan sebagai tegangan di mana mulai terjadi deformasi tidak elastis. Dari tegangan ini kita akan memperoleh batas atas beban yang bekerja pada bahan tanpa menimbulkan kerusakan, yaitu jika beban ditambah

dan tegangan maksimum dicapai, patahan dikatakan sudah mendekati. Jika tegangan ijin digunakan dalam kesebandingan sistem struktural bahan, pendekatan ini disebut desain tegangan ijin (*allowable stress design*) atau desain elastis (*elastic design*).

Perhatikan struktur tiga batang baja ulet sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.7. Jika satu batang dibebani sehingga mencapai titik maksimum, struktur secara keseluruhan tidak dapat lagi membawa beban lebih meskipun batang lain belum mencapai titik maksimum.



(a) Struktur tiga batang (b) Idealisasi diagram tegangan-regangan

Gambar 5.7 *Sifat Elastis – Tidak Elastis*

Jika suatu struktural dibebani sehingga mencapai titik maksimum, hal itu akan menentukan nilai beban maksimum yang memungkinkan dibawa, disebut beban maksimum (*ultimate load*) yang dapat bekerja pada struktur. Asumsi ini dibuat berdasarkan kurva idealisasi tegangan-regangan yang ditunjukkan pada Gambar 5.7b. Pendekatan ini disebut desain kekuatan maksimum (*ultimate strength design*) atau desain batas (*limit design*).

Untuk mengilustrasikan perbedaan antara dua pendekatan ini, kita akan menganalisis struktur tiga batang yang ditunjukkan pada Gambar 5.7a.

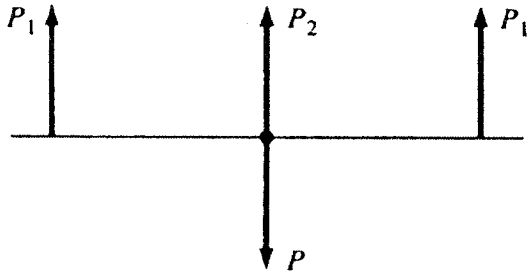
CONTOH SOAL 5.6

Hitung beban maksimum P yang dapat bekerja pada struktur tiga batang sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.7a. Semua batang vertikal. Struktural horizontal kaku akan melendut vertikal tanpa memutar ketika

tiga batang mengalami perpanjangan yang sama. Luas penampang dan modulus elastisitas sama untuk ketiga batang. Anggap bahan ulet (*ductile material*).

PENYELESAIAN

Anggap hubungan tegangan-regangan sebagaimana pada Gambar 5.7b. Jika regangan lebih kecil (atau sama dengan) regangan maksimum ε_y, tegangan sebanding dengan regangan. Untuk regangan yang lebih besar daripada regangan maksimum, tegangan konstan dan sama dengan tegangan maksimum s_y.



Gambar 5.8 Diagram Benda Bebas

Mengacu diagram benda bebas Gambar 5.8, persamaan kesetimbangan dapat ditulis sebagai:

$$P = 2P_1 + P_2 \quad \text{..... (pers. 1)}$$

Dianggap pertambahan panjang sama pada setiap batang, maka:

$$\delta_1 = \delta_2$$

Substitusikan,

$$\frac{P_1 \times L}{A \times E} = \frac{P_2(0{,}75 \times L)}{A \times E} \quad \text{..... (pers. 2)}$$

Selesaikan untuk P_1,

$$P_1 = 0{,}75 \cdot P_2 \quad \text{..... (pers. 3)}$$

Substitusikan P_1 dari persamaan 3 ke dalam persamaan 1,

$$P = 2 \cdot (0{,}75 \cdot P_2) + P_2$$

$$P_2 = 0{,}40 \cdot P$$

Juga dari persamaan 1,

$$2P_1 = P - P_2$$

$$2P_1 = P - 0{,}40 \cdot P$$

$$P_1 = 0{,}30 \cdot P$$

Karena batang di tengah (P_2) menahan beban yang lebih besar, maka P_2 akan mencapai titik tegangan dan regangan maksimum sebelum batang terluar. Maka gaya P_2 dinyatakan sebagai:

$$P_2 = s_y \cdot A$$

Karena $P_2 = 0{,}40 \cdot P$ maka besar beban maksimum P yang dapat bekerja pada struktur tiga batang adalah:

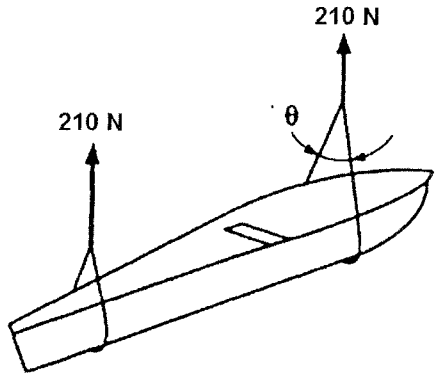
$$0{,}40 \cdot P = s_y \cdot A$$

$$P = 2{,}5 \cdot s_y \cdot A$$

LATIHAN SOAL

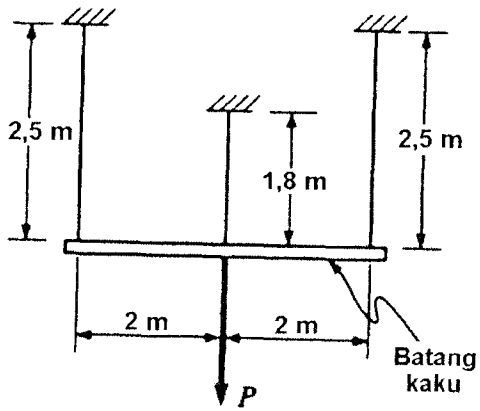
1. Silinder semen beton (*concrete*) dengan diameter 150 mm diuji tekan dan setelah diukur ternyata terjadi pengurangan panjang 0,074 mm dari panjang awal 300 mm. Beban yang bekerja pada saat pembacaan adalah 89 kN. Hitung modulus elastisitas semen beton.
2. Batang baja AISI 1020 panjang 450 mm dikenakan beban tarik 55 kN. Tegangan tarik ijin baja 140 MPa dan pertambahan panjang total tidak boleh melebihi 0,2 mm. Hitung diameter batang yang diperlukan jika batas proporsional 175 MPa.
3. Hasil uji baja spesimen menunjukkan tegangan tarik maksimum 827 MPa dan tegangan maksimum 350 MPa. Jika tegangan ijin tarik adalah 210 MPa, tentukan faktor keamanan berdasarkan (a) tegangan maksimum dan (b) kekuatan tarik.

4. Sebuah baja landasan (*tie rod*) dengan diameter 50 mm yang digunakan dalam permesinan dikenakan beban tarik aksial 180 kN. Panjang batang adalah 1,75 m. Batas proporsional adalah 225 MPa. Hitung (a) tegangan, (b) regangan, dan (c) pertambahan panjang total.
5. Hitung modulus elastisitas kawat paduan tembaga (*copper alloy*) yang memanjang 14 mm jika dikenakan beban 320 N. Panjang dan diameter kawat adalah 4 meter dan 1 mm.
6. Batang paduan aluminium dikenakan beban tarik 30 kN. Jika batang memanjang 3,5 mm, hitung panjang awal batang. Diameter batang adalah 25 mm.
7. Hitung diameter yang diperlukan batang baja panjang 3 m yang dikenakan beban tarik aksial 67 kN. Tegangan maksimum adalah 345 MPa. Gunakan faktor keamanan 2,5 berdasarkan tegangan maksimum.
8. Bahan uji tarik dengan panjang 100 mm dan diameter penampang 11,28 mm. Jika bahan uji adalah paduan aluminium dengan modulus elastisitas 70 kN/mm2, berapa pertambahan panjang yang terjadi jika beban tarik yang bekerja pada spesimen uji adalah 20 kN?
9. Kawat utama sebuah jembatan dirancang untuk menahan beban tarik 12.000 kN. Kabel terdiri dari 1.470 lilitan kabel dengan diameter masing-masing adalah 4 mm. Kawat ditarik dingin (*cold-drawn*) dengan tegangan maksimum 1.600 MPa. Berapa faktor keamanan yang digunakan untuk mendesain kawat?
10. Hitung beban yang bekerja pada batang besi tempa (*wrought iron*) jika pertambahan panjang total adalah 1,50 mm. Panjang batang 3 m dan ukuran penampang adalah 50 mm x 50 mm.
11. Sebuah perahu ditarik oleh dua buah kawat baja, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.9. Masing-masing kawat baja menarik 210 N. Kawat baja mempunyai tegangan tarik maksimum 1.120 N. Tentukan nilai maksimum θ jika faktor keamanan dianggap 4 terhadap putus (*breaking*).



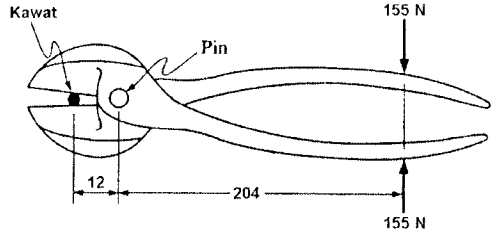
Gambar 5.9 Soal No. 11

12. Sebuah beban bekerja pada batang kaku yang secara simetris ditumpu oleh tiga batang baja sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.10. Luas penampang tiap batang 774 mm^2. Hitung beban maksimum P yang dapat bekerja menggunakan (a) pendekatan elastis dengan tegangan ijin 152 MPa dan (b) pendekatan tegangan maksimum dengan faktor keamanan 1,85. Anggap bahan adalah ulet (*ductile material*) dengan tegangan maksimum 248 MPa.



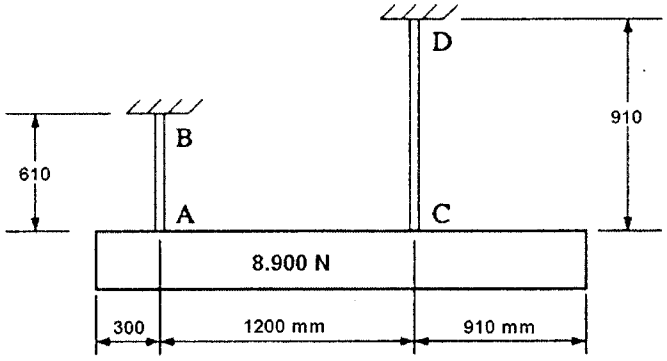
Gambar 5.10 Soal No. 12

13. Sebuah tang pemotong kawat (*wire cutter*) bekerja pada gaya potong maksimum 155 N sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.11. Tentukan diameter pin yang diperlukan jika tegangan geser ijin pin adalah 83 MPa.



Gambar 5.11 Soal No. 13

14. Sebuah slab beton (*concrete slab*) dengan tebal seragam mempunyai berat 8.900 N. Slab ditarik oleh dua batang baja sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5.12. Panjang awal batang AB adalah 610 mm. Panjang awal batang CD adalah 910 mm. Batang AB mempunyai luas penampang 650 mm^2 dan batang CD mempunyai luas penampang 1.300 mm^2. Hitung (a) perpanjangan tiap-tiap batang dan (b) perbandingan luas penampang AB dan CD yang diperlukan agar pertambahan panjang sama.



Gambar 5.12 Soal No. 14

BAB 6
ANALISIS TEGANGAN

6.1 PERBANDINGAN POISSON

Uji tarik telah menunjukkan bahwa jika sebuah benda elastis dikenai beban tarik, dimensi transversal (atau lateral) berkurang dan pada saat yang sama dimensi aksial benda bertambah. Hal ini ditunjukkan secara sederhana pada Gambar 6.1. Demikian pula sebaliknya, jika sebuah benda elastik dikenakan beban tekan, dimensi transversal bertambah dan pada saat yang sama dimensi aksial pada arah beban berkurang.

Pada keadaan tegangan berada di bawah batas proporsional, regangan transversal adalah sebanding dengan tegangan aksial. Demikian pula, regangan (longitudinal) aksial adalah sebanding dengan tegangan aksial. Karena baik regangan lateral maupun regangan aksial adalah sebanding dengan tegangan aksial, maka perbandingannya haruslah kontan (dan positif) untuk semua bahan. Perbandingan regangan lateral terhadap regangan aksial disebut perbandingan Poisson (*Poisson's ratio*) yang dilambangkan dengan μ (dibaca *miu*) dan dinyatakan dengan persamaan:

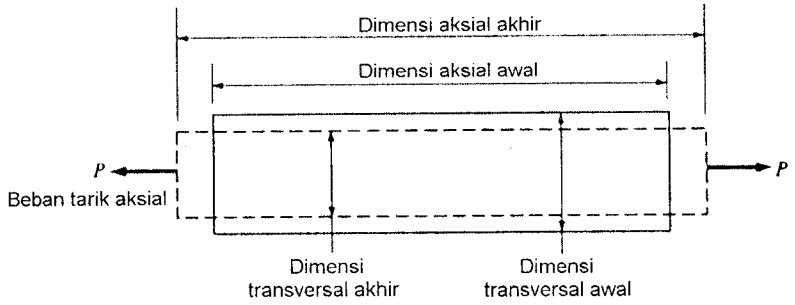
$$\mu = \frac{\text{regangan} \times \text{transversal}}{\text{tegangan} \times \text{aksial}} \qquad \text{.....(6.1)}$$

Nilai perbandingan Poisson untuk beberapa bahan yang umum diberikan pada Apendiks E.

CONTOH SOAL 6.1

Sebuah plat baja ASTM A441 panjang 3 m mempunyai ukuran penampang 25 mm x 305 mm dikenakan beban tarik sebesar 1.068 kN. Batas proporsional baja adalah 234 MPa. Hitung (a) tegangan aksial, (b) regangan aksial, (c) regangan transversal, (d) perubahan dimensional

aksial total, dan (e) perubahan dimensional transversal total. Gunakan apendiks G untuk menentukan sifat-sifat mekanis yang diperlukan.



Gambar 6.1 Perubahan Dimensi Karena Beban Tarik Aksial

PENYELESAIAN

(a) Tegangan aksial (s_t)

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{1.068 \times 10^3 \times N}{0{,}025 \times 0{,}305 \times m^2} = 1{,}401 \times 10^5 \times Pa$$

$1{,}401 \times 10^5 \times Pa < 234 \times MPa$ OK

(b) Regangan aksial (ε)

karena $E = \frac{s}{\varepsilon} = \frac{\text{tegangan}}{\text{regangan}}$

maka: $\varepsilon = \frac{s_t}{E} = \frac{1{,}401 \times 10^5}{207 \times 10^9} = 6{,}768 \times 10^{-7} \times m/m$

(c) Regangan transversal (ε)

Transversal $\varepsilon = \mu$ (aksial ε)

$= 0{,}25\ (6{,}768 \times 10^{-7}) = 1{,}692 \times 10^{-7}$ m/m

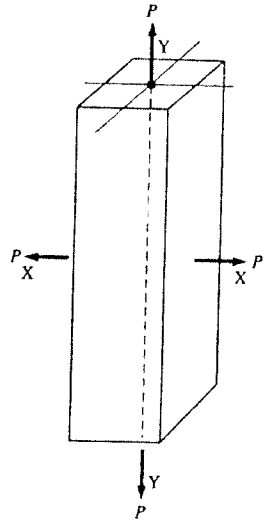
(d) Pertambahan panjang aksial total (δ), karena $\varepsilon = \frac{\delta}{L}$

sehingga $\delta = \varepsilon \cdot L = 1{,}692 \times 10^{-7}\ (3) = 5{,}076 \times 10^{-7}$ m

(e) Perubahan transversal total pada lebar 0,305 m:

$\delta = \varepsilon \cdot L = 1{,}692 \times 10^{-7}\ (0{,}305) = 5{,}16 \times 10^{-8}$ m

Regangan transversal yang menyertai tegangan aksial bukan akibat dari tegangan transversal dan tidaklah mengakibatkan tegangan transversal sehingga apabila regangan transversal dipertahankan dengan cara tertentu, tegangan transversal akan berubah.



Gambar 6.2 Beban Aksial Tarik Dua arah

Jika sebuah benda elastis dibebani dalam dua arah sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 6.2, maka mengakibatkan tegangan s pada arah x dan y. Regangan pada arah x dan y dapat dinyatakan dengan rumus:

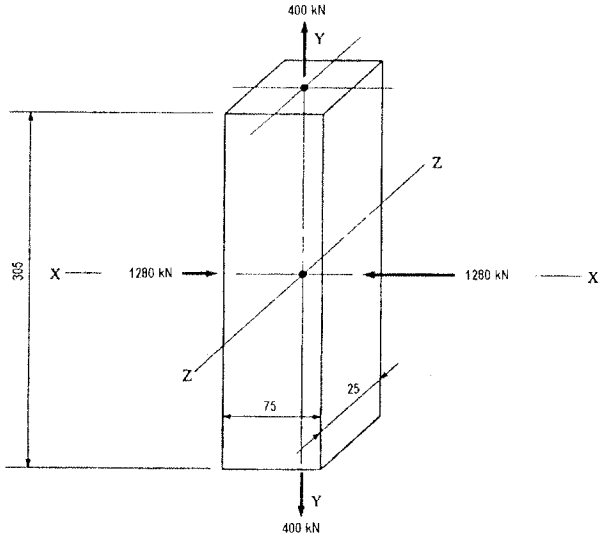
$$\varepsilon_x = \frac{s_x}{E} - \mu\left(\frac{s_y}{E}\right) = \frac{1}{E}\left(s_x - \mu \cdot s_y\right) \quad \text{..... (6.2)}$$

$$\varepsilon_y = \frac{s_y}{E} - \mu\left(\frac{s_x}{E}\right) = \frac{1}{E}\left(s_y - \mu \cdot s_x\right) \quad \text{..... (6.3)}$$

dengan s_x/E dan s_y/E adalah pengaruh aksial beban dan $\mu(s_y/E)$ adalah pengaruh transversal beban. Catatan: Tanda negatif pada persamaan menunjukkan bahwa kedua beban adalah tarik.

CONTOH SOAL 6.2

Sebuah batang baja ASTM A36 panjang 305 mm mempunyai ukuran penampang 25 mm x 75 mm, dibebani sebagaimana tampak pada Gambar 6.3. Batas proporsional baja adalah 234 MPa. Hitung (a) regangan pada arah x dan y, (b) perubahan dimensi total pada arah x dan y. Gunakan Apendiks E untuk menentukan sifat-sifat mekanis yang diperlukan.



Gambar 6.3 Diagram Beban

PENYELESAIAN

Pertama, hitung tegangan aksial (s_y dan s_x):

$$s_y = \frac{P}{A} = \frac{400.000}{0{,}075(0{,}025)} = 213{,}3 \cdot MPa$$

213,3 MPa < 234 MPa (tarik) OK

dan

$$s_x = \frac{P}{A} = \frac{1{,}28 \times 10^6}{0{,}305(0{,}025)} = 167{,}9 \cdot MPa$$

167,9 MPa < 234 MPa (tekan) OK

(a) Hitung regangan (Catatan: Tanda positif untuk menyatakan regangan adalah kenyataan bahwa beban adalah tarik dan beban yang lain adalah tekan),

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \left(s_x + \mu \cdot s_y\right)$$

$$= \left(\frac{1}{207 \times 10^9}\right) \cdot \left(167{,}9 \times 10^6 + 0{,}25 \cdot \left(213{,}3 \times 10^6\right)\right)$$

= 0,001069 m/m (berkurang)

dan

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot \left(s_y + \mu \cdot s_x\right)$$

$$= \left(\frac{1}{207 \times 10^9}\right) \cdot \left(213{,}3 \times 10^6 + 0{,}25\left(167{,}9 \times 10^6\right)\right)$$

= 0,001233 m/m (bertambah)

(b) Hitung perubahan dimensi total pada arah x dan y,

$$\delta = \varepsilon \cdot L$$

δ_x = 0,001069 (0,075) = 8,017 X 10^{-5} m

= 0,08017 mm (berkurang)

δ_y = 0,001233 (0,025) = 3,082 X 10^{-5} m

= 0,03082 mm (bertambah)

CONTOH SOAL 6.3

Sebuah batang baja ASTM A36 berdiameter 38 mm dikenakan uji tarik. Pada beban tarik 258 kN diukur bahwa pada panjang awal 50 mm terjadi pertambahan panjang 0,05588 mm dan diameter berkurang 0,010668 mm. Jika batas proporsional 234 MPa, hitung modulus elastisitas E dan perbandingan Poisson μ.

PENYELESAIAN

Tegangan aksial:

$$s_t = \frac{P}{A} = \frac{258 \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(0{,}038)^2} = 227{,}5 \cdot MPa$$

227,5 MPa < 234 MPa **OK**

Regangan aksial:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0{,}05588}{50} = 0{,}001118 \cdot mm/mm$$

Modulus elastisitas:

$$E = \frac{227{,}5 \times 10^6}{0{,}001118} = 203{,}49 \times 10^3 \cdot MPa$$

Perbandingan Poisson:

Regangan transversal

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0{,}010668}{38} = 0{,}0002807 \cdot mm/mm$$

$$\mu = \frac{\text{transversal} \cdot \varepsilon}{\text{aksial} \cdot \varepsilon} = \frac{0{,}0002807}{0{,}00118} = 0{,}238$$

Terdapat hubungan di antara modulus elastisitas, modulus kekakuan (*rigidity*), dan perbandingan Poisson. Pada Subbab 5.7 kita telah mendiskusikan bahwa modulus kekakuan G adalah perbandingan tegangan geser dan regangan geser. Untuk bahan elastik homogen, modulus kekakuan dapat ditentukan dengan uji tarik sehingga baik regangan aksial (longitudinal) maupun regangan transversal harus diukur. Modulus kekakuan kemudian dapat dihitung dari rumus:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad \text{..... (6.4)}$$

Dengan G : modulus kekakuan (Pa, MPa)
E : modulus elastisitas (tarik atau tekan) (Pa, MPa)
μ : perbandingan Poisson

Catatan bahwa ada tiga sifat karakteristik bahan yang tidak saling memengaruhi (tidak mempunyai ketergantungan) satu sama lain. Juga bahwa modulus kekakuan G akan selalu lebih kecil daripada E, karena perbandingan Poisson selalu berharga positif.

CONTOH SOAL 6.4

Sebuah bahan uji logam berdiameter 50 mm dikenakan beban tekan aksial 178 kN. Perubahan dimensional longitudinal dan transversal diukur menggunakan strain gage elektronik tercatat 0,03048 mm memanjang (longitudinal) 0,01016 mm melebar (transversal). Hitung (a) perbandingan Poisson μ, (b) modulus elastisitas E, dan (c) modulus kekakuan G.

PENYELESAIAN

(a) Perbandingan Poisson

$$\mu = \frac{\text{regangan} \cdot \text{transversal}}{\text{regangan} \cdot \text{longitudinal}} = \frac{0{,}01016}{0{,}03048} = 0{,}333$$

(b) Untuk modulus elastisitas, pertama hitung tegangan:

$$s_c = \frac{P}{A} = \frac{178 \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(0{,}050)^2} = 90{,}6547 \cdot MPa$$

$$E = \frac{s_c}{\varepsilon} = \frac{90{,}6547 \times 10^6}{0{,}03048 \times 10^{-3}} = 297{,}4 \times 10^3 \cdot MPa$$

(c) Untuk modulus kekakuan, dari persamaan (6.4):

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{297{,}4 \times 10^9}{2(1+0{,}333)} = 111{,}6 \times 10^3 \cdot MPa$$

6.2 PENGARUH PANAS

Bahan keteknikan pada umumnya menunjukkan perubahan dimensional jika mengalami perubahan temperatur. Untuk suatu bahan tertentu, besaran perubahan dimensional tiap satuan perubahan temperatur adalah konstan pada rentang temperatur sedang. Kebanyakan bahan berekspansi akibat kenaikan suhu dan berkontraksi jika temperatur turun.

Untuk kebanyakan bahan, nilai standar perubahan dimensional tiap derajat perubahan temperatur diperoleh melalui serangkaian tes. Nilai tertentu ini disebut koefisien ekspansi termal linier (*linear coefficient of thermal expansion*) yang dilambangkan dengan α. Ini adalah mengukur perubahan panjang per satuan panjang tiap derajat perubahan temperatur. Ini akan memiliki nilai numerik sama untuk suatu bahan tertentu, tidak masalah dengan satuan panjang yang digunakan. Koefisien ekspansi termal ini mempunyai satuan mm/mm/^{0}C dalam SI (dengan C menunjukkan derajat Celcius).

Jika suatu benda bebas untuk berekspansi atau berkontraksi akibat terjadinya variasi suhu, umumnya akan diikuti terjadinya tegangan pada benda. Besar perubahan dimensional karena pengaruh termal dapat dinyatakan dengan rumus:

$$\delta = \alpha L(\Delta T) \quad \text{.....(6.5)}$$

dengan δ : perubahan total panjang (mm)
α : koefisien ekspansi termal atau regangan tiap derajat perubahan temperatur (mm/mm/^{0}C)
L : panjang awal benda uji (mm)
ΔT: perubahan temperatur (^{0}C)

Jika sebuah benda dengan cara tertentu sebagian atau seluruhnya dijaga agar tidak mengalami perubahan dimensional akibat variasi suhu maka akan terjadi tegangan internal. Peristiwa ini disebut tegangan termal (*thermal stresses*). Suatu pernyataan untuk menjelaskan terjadinya tegangan ini adalah sebagau berikut:

1. Anggap bahwa perubahan dimensional total δ yang terjadi karena perubahan temperatur:

$$\delta = \alpha L(\Delta T)$$

2. Jika benda dijaga sehingga gaya aksial P untuk mengembalikan pada panjang semula. Perubahan dimensional dapat dinyatakan sebagai:

$$\delta = \frac{PL}{AE} = s\left(\frac{L}{E}\right)$$

3. Selesaikan kedua persamaan untuk nilai δ:

$$s\left(\frac{L}{E}\right) = \alpha L(\Delta T)$$

sehingga:

$$s = E\alpha(\Delta T) \quad \text{.....(6.6)}$$

dengan s : tegangan termal akibat variasi suhu (MPa)
E : modulus elastisitas (MPa)
α : koefisien ekspansi termal (1/^{0}C)
ΔT: perubahan temperatur (^{0}C)

Jika sebuah benda benar-benar dijaga dari pengaruh luar dan kemudian didinginkan, tegangan yang terjadi adalah tarikan. Demikian sebaliknya, jika benda dijaga dari pengaruh luar dan kemudian dipanaskan, tegangan yang terjadi adalah tekan.

CONTOH SOAL 6.5

Batang baja ASTM A36 mempunyai dimensi panjang 2540 mm dan luas penampang 50 mm^2 ditempatkan di antara dudukan kaku. Jika tidak ada tegangan pada batang baja pada temperatur 21 ^{o}C, hitung tegangan jika temperatur turun sampai pada titik -18 ^{o}C. Batas proporsional baja adalah 234 MPa. Gunakan Apendiks E untuk menentukan sifat-sifat mekanis yang diperlukan.

PENYELESAIAN

Karena tidak sampai terjadi batas mulur maka:

$$s = E\alpha(\Delta T)$$

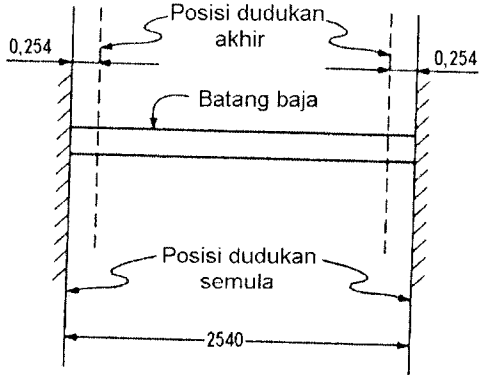
$$= 207 \times 10^9 \text{ Pa } (11{,}7 \times 10^{-6} \text{ m/m/}^{o}\text{C})(39\ ^{o}\text{C})$$

$$= 96{,}07 \text{ MPa}$$

96,07 MPa < 234 MPa OK

CONTOH SOAL 6.6

Hitung tegangan pada batang baja pada contoh soal 6.5 jika dudukan bergeser sejauh 0,508 mm karena temperatur turun. Lihat Gambar 6.4.



Gambar 6.4 Dudukan Batang Baja

PENYELESAIAN

Pada contoh 6.5, tegangan yang dihasilkan tidak dipengaruhi oleh panjang batang sehingga jika menyebabkan perubahan panjang dudukan maka akan memengaruhi tegangan yang dihasilkan. Jika batang baja bebas berkontraksi, besar pemendekan dihitung:

$$\delta = \alpha L(\Delta T)$$

$$= (11{,}7 \times 10^{-6} \text{ m/m/}^{o}\text{C})(2{,}540 \text{ m})\ (39\ ^{o}\text{C})$$

$$= 1{,}159 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 1{,}159 \text{ mm}$$

Jika dudukan kaku maka tidak akan terjadi perubahan panjang δ. Karena dudukan berubah 0,508 mm, maka perubahan panjang yang terjadi adalah:

$$\delta = 1{,}159 - 0{,}508 = 0{,}651 \text{ mm}$$

Sehingga regangan adalah:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0{,}651}{2540} = 0{,}000256 \cdot mm/mm$$

dari sisi diperoleh:

$$s = E\varepsilon$$

$$= (207 \times 10^9)(2{,}56 \times 10^{-7})$$

$$= 52{,}992 \text{ kPa}$$

52,992 kPa < 234 MPa OK

CONTOH SOAL 6.7

Sebuah kawat baja AISI 1040 berdiameter 3,76 mm diregangkan di antara dua ujung kaku dengan gaya tarik 1335 N pada temperatur 32 ^{0}C. Batas proporsional kawat 276 MPa. Hitung penurunan temperatur yang terjadi tanpa menyebabkan panjang permanen pada kawat. Gunakan Apendiks E untuk menentukan sifat-sifat mekanis yang diperlukan.

PENYELESAIAN

Luas penampang kawat:

$$A = \pi/4 (3{,}76)^2 = 11{,}104 mm^2 = 1{,}11 \times 10^{-5} m^2$$

Tegangan pada kawat akibat beban tarik 1335 N:

$$s = \frac{P}{A} = \frac{1335}{1{,}1104 \times 10^{-5}} = 120{,}23 \cdot MPa$$

Tegangan termal tambahan untuk mencapai batas proporsional:

$$s = 234 - 120{,}23 = 113{,}77 \cdot MPa$$

Perubahan temperatur yang menyertai tegangan ini pada kawat dihitung dari persamaan:

$$s = E\alpha(\Delta T)$$

Masukkan nilai-nilai numeriknya:

$$120{,}23 \times 10^6 = 207 \times 10^9 \left(11{,}7 \times 10^{-6}\right) \cdot (\Delta T)$$

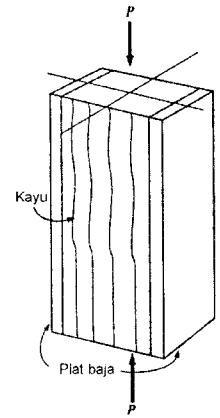
$\Delta T = 49{,}643\ ^0C$ menurun

Maka temperatur kawat baja menjadi:

$32 - 49{,}643 = -17{,}64\ ^0C$

6.3 STRUKTUR DISUSUN OLEH DUA ATAU LEBIH BAHAN

Pada beberapa kasus, struktur dapat disusun oleh dua atau lebih bahan yang berbeda. Sebagai contoh adalah kolom bangunan disusun oleh baja di dalam betonan. Contoh lain adalah tonggak kayu diperkuat dengan plat baja atau kanal (lihat Gambar 6.5). Bahan dalam tonggak penguat (*reinforced post*) mempunyai modulus elastisitas yang berbeda dan dihubungkan menjadi satu unit, masing-masing berdeformasi sama terhadap beban.



Gambar 6.5 Tonggak Kayu dengan Plat Baja

Pada kasus ini, tegangan yang terjadi pada dua bahan yang bekerja pada beban akan proporsional terhadap modulus elastisitasnya. Untuk deformasi yang sama, tegangan yang terjadi pada bahan dengan modulus elastisitas lebih besar (bahan A) akan lebih besar daripada tegangan pada bahan dengan modulus elastisitas lebih rendah (bahan B). Anggap dua bahan mempunyai ukuran panjang sama dan deformasi sama:

$$\delta_A = \delta_B \text{ dan } \varepsilon_A = \varepsilon_B$$

Karena

$$\varepsilon = \frac{s}{E}$$

Maka

$$\frac{s_A}{E_A} = \frac{s_B}{E_B}$$

Persamaan ini dapat disusun lagi untuk menghasilkan tegangan pada bahan A (tegangan yang lebih besar):

$$s_A = \frac{E_A}{E_B} s_B$$

Perbandingan nilai modulus elastisitas disebut perbandingan modular (*modular ratio*) yang dilambangkan dengan n sehingga:

$$s_A = n \cdot s_B \quad \text{..... (6.7)}$$

Konsep ini dapat dikembangkan lagi berdasarkan suatu kondisi kesetimbangan statis. Beban total P harus ditahan (disangga) oleh masing-masing bahan sehingga:

$$P = P_A + P_B \quad \text{..... (6.8)}$$

Substitusikan,

$$P = A_A s_A + A_B s_B$$

Substitusikan untuk s_A dari persamaan (6.7),

$$P = A_A (n s_B) + A_B s_B$$

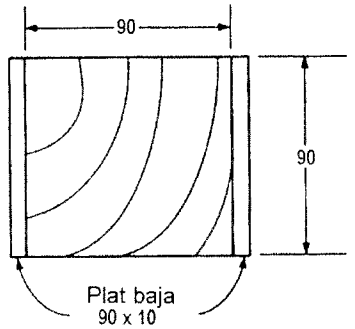
Yang dapat disusun kembali sehingga:

$$P = s_B (n A_A + A_B) \quad \text{..... (6.9)}$$

Besaran nA_A kadang disebut luasan ekuivalen. Luasan ini adalah luasan hipotesis yang dapat dianggap sebagai pengganti dari luasan A_A.

CONTOH SOAL 6.8

Sebuah balok kayu jenis mahoni dikencangkan oleh dua buah plat baja ASTM A36 (lihat Gambar 6.6). Hitung beban ijin untuk bahan komposit tersebut. Tegangan tarik ijin masing-masing adalah 6,895 kPa dan 151,685 MPa untuk kayu dan baja. Gunakan sifat-sifat mekanis dari Apendiks E. Anggap bahwa material sama panjang dan disambung menjadi satu dan berdeformasi sama.



Gambar 6.6 Struktur Komposit

PENYELESAIAN

Anggap bahwa tegangan di dalam kayu telah mencapai tegangan ijinnya sebesar 6,895 X 10^3 Pa sebelum baja mencapai tegangan ijinnya. Tegangan di dalam baja dihitung menggunakan persamaan (6.7):

$$s_{ST} = n s_W = \frac{207 \times 10^9}{12 \times 10^9}\left(6,895 \times 10^3\right) = 118,939 \cdot kPa$$

Sehingga jika tegangan di dalam kayu adalah 6,895 kPa, ini dapat diterima karena tegangan baja 118,939 kPa adalah lebih kecil daripada tegangan ijin 151,685 MPa. Tegangan ini tidak boleh meningkat dari titik ini karena tegangan pada kayu akan mencapai tegangan ijin kayu. Perhitungan ini menunjukkan bahwa tegangan ijin kayu membatasi kapasitas beban yang dapat disangga oleh tonggak.

Luas penampang kayu dihitung dari:

$$A_W = (0,090 \cdot m)^2 = 0,0081 \cdot m^2$$

Menggunakan persamaan (6.8) untuk menentukan beban ijin:

$$P = P_{ST} + P_W$$
$$P = A_{ST} s_{ST} + A_W s_W$$
$$P = 0,09 \cdot (0,01) \cdot (2) \cdot \left(118,939 \times 10^3\right) + 0,0081 \cdot \left(6,895 \times 10^3\right)$$
$$P = 269,94 \cdot N$$

Kita juga dapat memerhatikan jenis sistem dari beban aksial yang secara simultan bekerja pada dua atau lebih bahan yang berbeda dengan panjang yang berbeda pula. Metode analisis juga sama dengan kasus satu benda yang disusun dari dua atau lebih material.

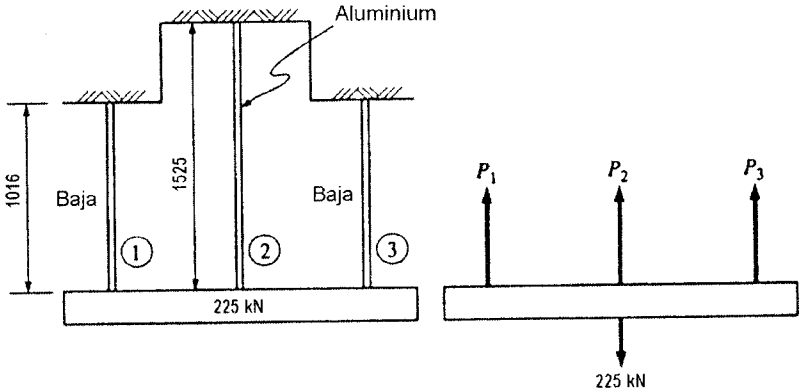
Menganggap deformasi total unit menjadi sama, tetapi dengan dimensi panjang material penyusun tidak sama, persamaan (6.7) tidak dapat digunakan. Kita dapat menyatakan kesetaraan deformasi total masing-masing material penyusun sebagai berikut (dua bahan yang berbeda dinyatakan dengan A dan B):

$$\left(\frac{PL}{AE}\right)_A = \left(\frac{PL}{AE}\right)_B \quad \text{..... (6.10)}$$

CONTOH SOAL 6.9

Sebuah sistem struktural (Gambar 6.7) terdiri dari plat datar yang ditarik oleh tiga batang. Sebuah beban 225 kN bekerja pada plat. Plat benar-benar rata terhadap beban dan tetap rata setelah beban bekerja.

Batang baja terbuat dari AISI 1020. Masing-masing dengan panjang 1.016 mm dan luas penampang 645 mm^2. Batang aluminium panjang 1.525 mm dan luas penampang 968 mm^2. Hitung beban yang dapat disangga masing-masing batang. Gunakan sifat-sifat mekanis dari Apendiks E.



Gambar 6.7 Struktur Beda Material

PENYELESAIAN

Dianggap batang sebagai 1, 2 dan 3 serta tiga batang memanjang dengan besar yang sama,

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$$

atau

$$\left(\frac{PL}{AE}\right)_1 = \left(\frac{PL}{AE}\right)_2 = \left(\frac{PL}{AE}\right)_3$$

Substitusikan (dengan E dalam Pa, A dalam m^2, dan L dalam m),

$$\frac{P_1(1{,}016)}{(6{,}45\times10^{-4})(207\times10^{9})} = \frac{P_2(1{,}525)}{(9{,}68\times10^{-4})(70\times10^{9})} = \frac{P_3(1{,}016)}{(6{,}45\times10^{-4})(207\times10^{9})}$$

(Pers. 1)

Karena simetri, $P_1 = P_3$, sehingga dengan menyelesaikan P_1 dan P_2 dengan perkalian silang dari persamaan 1,

$$P_1(1{,}016)(9{,}68\times10^{-4})(70\times10^{9}) = P_2(1{,}525)(6{,}45\times10^{-4})(207\times10^{9})$$

atau

$$6{,}884\times10^{7}\cdot P_1 - 2{,}036\times10^{8}\cdot P_2 = 0 \quad \text{..... (pers. 2)}$$

Dari Gambar 6.7, jumlah gaya-gaya vertikal ($\sum F_V = 0$), maka:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 225\times10^{3}\cdot N$$

Karena $P_1 = P_3$ maka:

$$2P_1 + P_2 = 225\times10^{3}\cdot N \quad \text{..... (pers. 3)}$$

Selesaikan persamaan 2 dan 3 sehingga diperoleh:

$$P_1 = \frac{458{,}1\times10^{11}}{6{,}884\times10^{7} + 4{,}072\times10^{8}} = 96{,}23\cdot kN$$

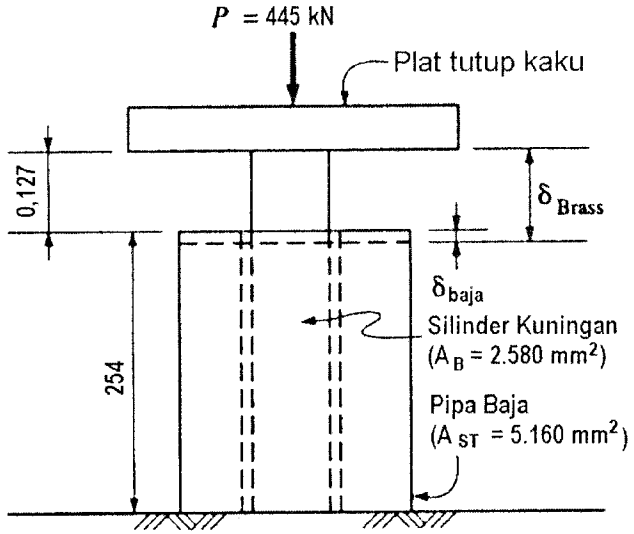
P_2 $225 - 2(96{,}23) = 32{,}54\cdot kN$

P_1 $96{,}23\ kN$

Sehingga batang baja masing-masing dapat menyangga 96,23 kN dan batang aluminium menyangga 32,54 kN.

CONTOH SOAL 6.10

Sebuah silinder padat terbuat dari kuningan dengan luas penampang 2.580 mm² dimasukkan ke dalam pipa baja dengan luas penampang 5.160 mm². Silinder kuningan panjang 254,127 mm dan pipa baja 254 mm (lihat Gambar 6.8). Silinder dan pipa ditumpu permukaan rata dan kaku. Beban aksial tekan sebesar 445 kN bekerja pada tutup plat kaku (*rigid cap plate*). Hitung tegangan yang akan terjadi pada dua bahan. Lihat Apendiks G untuk nilai modulus elastisitas *E*.



Gambar 6.8 Sistem Contoh 6.10

PENYELESAIAN

Untuk contoh ini, satuan yang dipakai *m* dan *N*. Anggap bahwa baik baja maupun kuningan keduanya menyangga beban, silinder kuningan lebih pendek 0,000127 m daripada pipa baja. Secara matematis,

$$\delta_B = \delta_{ST} + 0,000127$$

Substitusikan menggunakan persamaan (6.10),

$$\left(\frac{PL}{AE}\right)_B = \left(\frac{PL}{AE}\right)_{ST} + 0,000127 \quad \text{..... (pers. 1)}$$

Persamaan (1) mengandung dua besaran yang tidak diketahui (P_B dan P_{ST}). Untuk menyelesaikannya, persamaan kedua harus dibuat yang mengandung dua besaran juga yang tidak diketahui. Dari statistika, jumlah gaya vertikal ($\sum F_V = 0$) menghasilkan:

$$P_B + P_{ST} = 445 \times 10^3 \cdot N$$

atau

$$P_{ST} = 445 \times 10^3 - P_B \quad \text{..... (pers. 2)}$$

Substitusikan P_{ST} dari persamaan 2 ke dalam persamaan 1 menghasilkan:

$$\frac{P_B L_B}{A_B E_B} = \frac{\left(445 \times 10^3 - P_B\right) L_{ST}}{A_{ST} E_{ST}} + 0,000127$$

Substitusikan nilai-nilai numeriknya:

$$\frac{P_B (0,254127)}{\left(2,58 \times 10^{-3}\right)\left(97 \times 10^9\right)} = \frac{\left(445 \times 10^3 - P_B\right)(0,254)}{\left(5,16 \times 10^{-3}\right)\left(207 \times 10^9\right)} + 0,000127$$

Kalikan kedua sisi dengan 1000 untuk menyederhanakan hasil:

$$1,015 \times 10^{-6} \times P_B = 0,1058 - \left(2,378 \times 10^{-7}\right) \times P_B + 0,127$$

Sehingga

$$\left(1,253 \times 10^{-6}\right) \cdot P_B = 0,1058 + 0,127$$

$$P_B = 186 \times 10^3 \cdot N$$

Beban yang disangga oleh baja diperoleh dari persamaan 2:

$$P_{ST} = 445 \cdot 10^3 - \left(186 \times 10^3\right) = 259 \times 10^3 \cdot N$$

Tegangan yang terjadi pada kuningan dan baja, masing-masing adalah:

$$s_B = \frac{P_B}{A_B} = \frac{186 \times 10^3}{2{,}58 \times 10^{-3}} = 72.093{,}02 \cdot kPa$$

$$s_{ST} = \frac{P_{ST}}{A_{ST}} = \frac{259 \times 10^3}{5{,}16 \times 10^{-3}} = 50.193{,}80 \cdot kPa$$

6.4 KONSENTRASI TEGANGAN

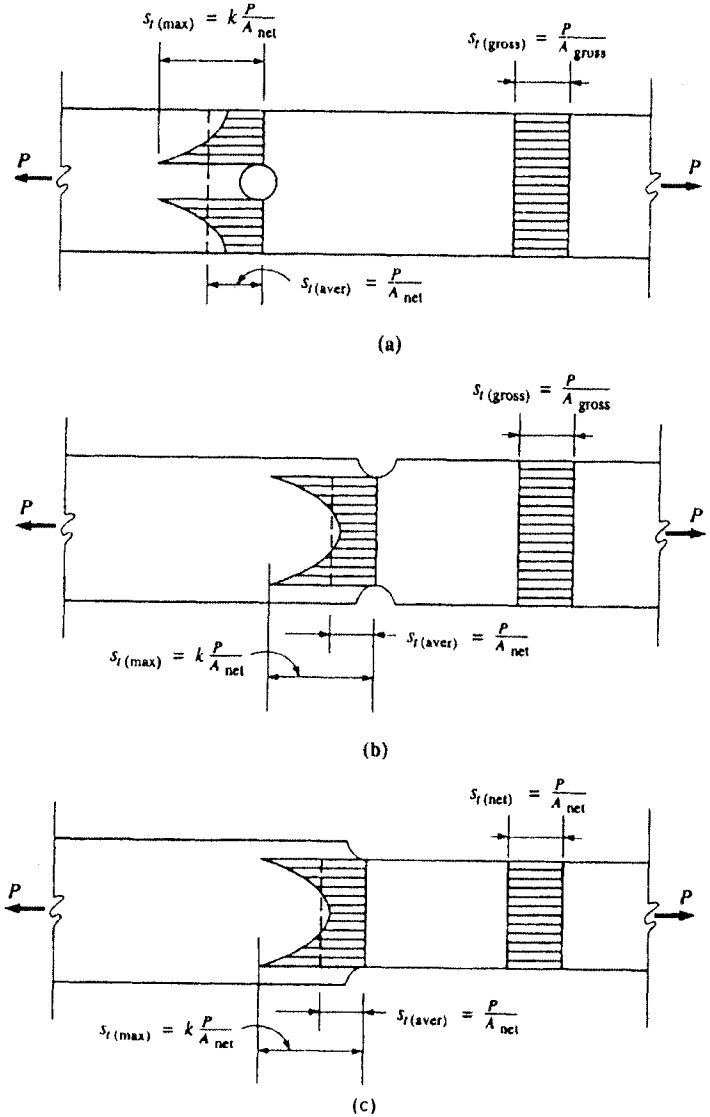
Sebagaimana telah kita diskusikan sebelumnya, jika benda prismatik dikenai beban tarik maka akan terjadi tegangan tarik (P/A). Tegangan ini dianggap terdistribusi merata terhadap luas penampang dan tegak lurus pada arah beban. Distribusi tegangan merata ini akan terjadi pada semua bidang kecuali pada daerah sekitar titik beban. Daerah ini disebut *stress raisers* yang terjadi akibat ketidak-teraturan yang besar. Contoh stress raisers pada beban aksial datar dan menghasilkan distribusi tegangan seperti yang diperlihatkan pada Gambar 6.9.

Gambar 6.9(a) menunjukkan adanya lubang lingkaran yang terletak di tengah. Gambar 6.9(b) menunjukkan adanya takik (*notch*) pada sisi luar berbentuk setengah lingkaran yang simetris. Gambar 6.9(c) menunjukkan bangun yang disusun oleh dua segmen dengan dimensi lateral berbeda dihubungkan dengan fillet. Umumnya dikatakan bahwa distribusi tegangan tarik sebagaimana ditunjukkan pada ukuran penampang yang mengecil akan kembali menjadi distribusi tegangan merata segera pada jarak yang kecil.

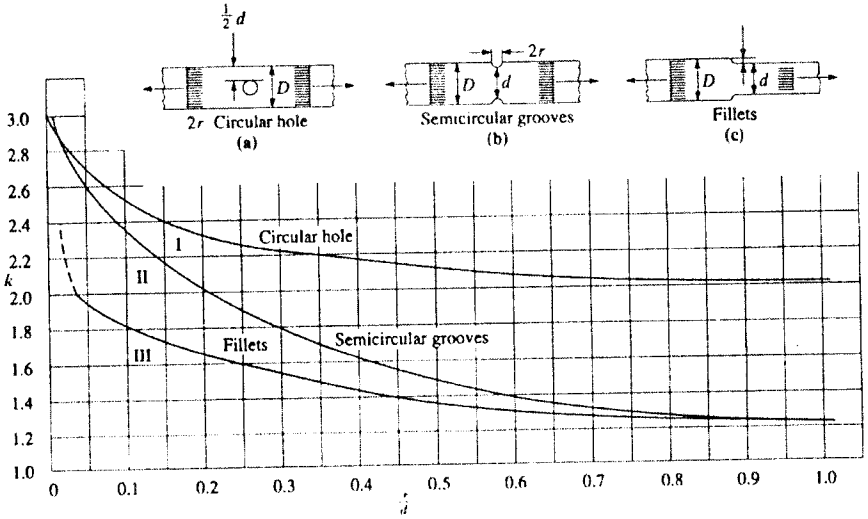
Perhitungan untuk menentukan tegangan tarik maksimum telah dilakukan dengan mengacu pada hasil percobaan untuk menentukan faktor konsentrasi tegangan yang dilambangkan dengan k. Nilai k sangat tergantung pada bentuk geometris benda, jenis dan ukuran *stress raiser*.

Gambar 6.10 menunjukkan kurva yang memperlihatkan faktor konsentrasi tegangan untuk pembebanan aksial rata dengan tiga jenis perubahan penampang. Dengan faktor konsentrasi tegangan dalam bentuk kurva, tegangan tarik maksimum dapat dihitung dari:

$$s_{t(\max)} = k\left(\frac{P}{A_{net}}\right) \quad \text{..... (6.11)}$$



Gambar 6.9 Distribusi Tegangan Tarik



Gambar 6.10 Faktor Konsentrasi Tegangan Benda Datar (ASME Journal of Applied Mechanics 2:A67-A68)

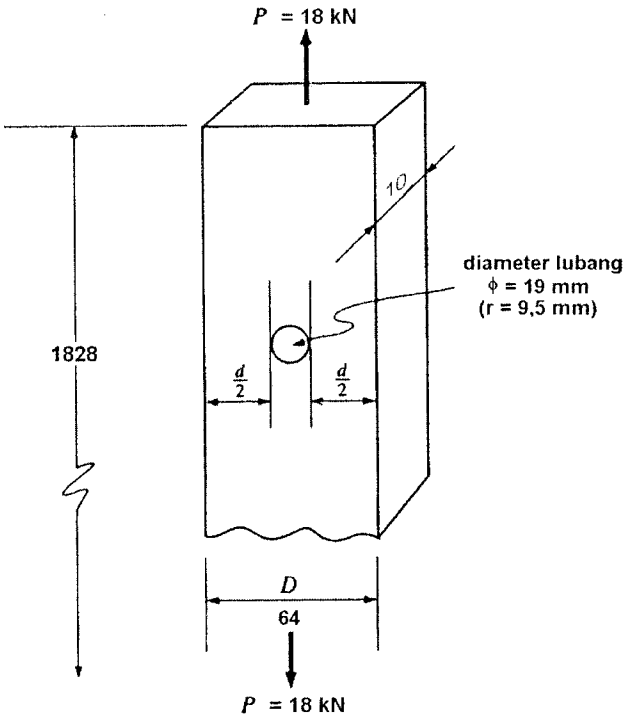
dengan $\sigma_{t(max)}$: tegangan tarik maksimum (Pa, MPa)
k : faktor konsentrasi tegangan
P : beban tarik aksial yang bekerja (N)
A_{net} : luas penampang netto (m^2, mm^2)

Konsentrasi tegangan tinggi tidaklah begitu berbahaya untuk logam liat (*ductile metal*) karena terjadinya mulur plastik (*plastic yielding*) dan distribusi balik tegangan (*stress redistribution*). Akan tetapi untuk bahan yang rapuh (*brittle material*) konsentrasi tegangan adalah hal yang sangat serius. Retakan dapat terjadi pada luasan yang besar akibat tegangan karena ketidakmampuan bahan rapuh untuk berdeformasi secara plastis. Bahan yang rapuh, jika dikenakan beban jenis berulang (*repetitive-type load*) sangat berbahaya. Konsentrasi tegangan sedapat mungkin dihindari dan penurunan tegangan ijin hendaknya menjadi perhatian yang serius.

CONTOH SOAL 6.11

Sebuah batang baja datar dilubangi di tengahnya dengan diameter 19 mm (lihat Gambar 6.11). Batang dikenakan beban tarik 18 kN. Hitung

tegangan rata-rata dalam bidang penampang yang dikurangi dan tegangan tarik maksimum yang terjadi pada lubang.



Gambar 6.11 Batang Panjang dengan Lubang di Tengah

Jari-jari lubang adalah 9,5 mm sehingga:

$$\frac{r}{d} = \frac{9,5}{64-19} = 0,211$$

PENYELESAIAN

Dari Gambar 6.10, nilai k mendekati 2,3. Luasan netto pada bidang penampang yang telah dikurangi dihitung:

$$A_{net} \quad (0,064-0,019)\times 0,010 = 4,5\times 10^{-4}\cdot m^2$$

Tegangan rata-rata dihitung sebagai berikut:

$$s_t = \frac{P}{A_{net}} = \frac{18\times10^3 \cdot N}{4{,}5\times10^{-4} \cdot m^2} = 40 \cdot MPa$$

Tegangan tarik maksimum:

$$s_{t(\max)} = k\left(\frac{P}{A_{net}}\right) = 2{,}3(40) = 92 \cdot MPa$$

CONTOH SOAL 6.12

Sebuah batang datar panjang 915 mm dengan ukuran lebar 75 mm dan tebal 6 mm mempunyai lubang berbentuk lingkaran dengan diameter 25 mm yang terletak di tengah. Dengan tegangan tarik ijin 165 MPa, hitung beban tarik aksial yang dapat bekerja pada batang.

PENYELESAIAN

$$\frac{r}{d} = \frac{12{,}5}{75-25} = 0{,}25$$

Dari Gambar 6.10, nilai k adalah ≈ 2,3.

$$s_{t(\max)} = k\left(\frac{P}{A_{net}}\right)$$

Dari hubungan ini dapat ditentukan: 4.484E+4

$$P = \frac{s_{t(\max)}A_{net}}{k} = \frac{165\times10^6 \cdot (0{,}075-0{,}025)\cdot(0{,}0125)}{2{,}3} = 44{,}84 \cdot kN$$

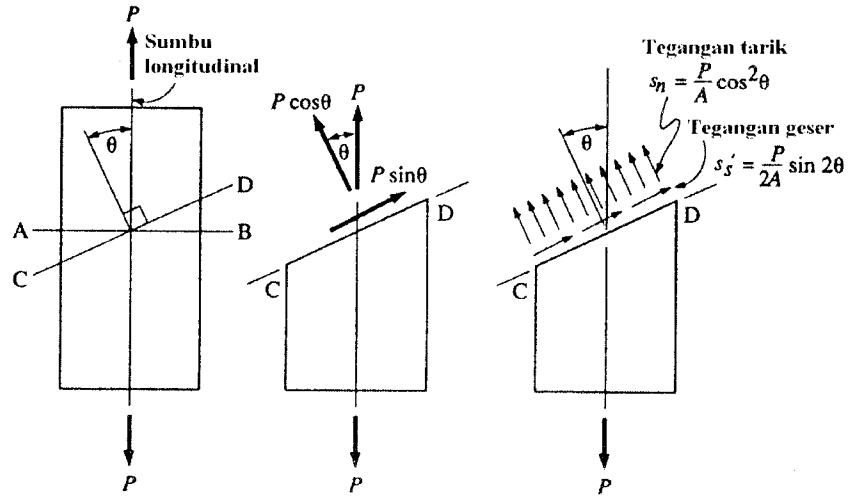
6.5 TEGANGAN PADA BIDANG MIRING

Jika benda prismatik dikenai gaya tarik atau tekan aksial, tegangan tarik atau tekan bekerja pada bidang tegak lurus (normal) terhadap sumbu longitudinal benda. Ini telah ditunjukkan pada Gambar 4.5(a) dan (b). Sekarang tegangan tarik dan tekan dengan intensitas lebih kecil, sepanjang tegangan geser, akan diterapkan pada bidang miring (*inclined plane*). Kajian ini akan sangat berguna untuk menganalisis benda yang mengalami tegangan yang tidak sama ke semua arah.

Pada Gambar 6.12(a), bangun prismatik dikenai gaya tarik aksial *P*. Bangun dipotong menjadi dua bagian oleh bidang CD yang membentuk sudut θ dengan sumbu longitudinal bangun. Bagian bawah bangun prismatik ditunjukkan sebagai benda bebas (*free body*) pada Gambar 6.12(b). Pada bagian C-D, gaya P dipecah menjadi dua komponen, satu sejajar terhadap bidang C-D dan satunya lagi tegak lurus (normal) terhadap bidang C-D. Komponen gaya P masing-masing mempunyai nilai $P\sin\theta$ dan $P\cos\theta$.

Jika luas penampang bangun dinyatakan sebagai A maka luas bidang miring C-D sama dengan A/cos θ. Komponen sejajar terhadap gaya yang bekerja sepanjang bidang miring menyebabkan tegangan geser, yaitu:

$$s'_s = \frac{P\cdot\sin\theta}{(A/\cos\theta)} = \frac{P}{A}\sin\theta\cos\theta = \frac{P}{2A}\sin 2\theta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.12)$$



(a) Bangun dibebani secara aksial (b) Gaya pada big miring (c) Tegangan pada bidang miring

Gambar 6.12 Gaya dan Tegangan pada Bidang Miring

Pernyataan ini menjadi maksimum jika sin 2θ maksimum, yaitu jika sin 2θ berharga 1. Ini terjadi jika $2\theta = 90^0$ dan $\theta = 45^0$. Jika sin $2\theta = 1$, pernyataan sebelumnya menjadi:

$$s'_{s(\max)} = \frac{P}{2A} \quad \text{..... (6.13)}$$

dan menunjukkan bahwa tegangan geser maksimum pada bidang miring terjadi pada 45^0 terhadap bidang potong sebuah bangun.

Komponen tegak lurus suatu gaya yang bekerja pada bidang miring C-D mengakibatkan tegangan tarik sebesar:

$$s_n = \frac{P\cos\theta}{(A/\cos\theta)} = \frac{P}{A}\cos^2\theta \quad \text{..... (6.14)}$$

Pernyataan ini menjadi maksimum jika $\cos^2\theta$ adalah maksimum. Nilai maksimum $\cos^2\theta$ adalah 1 dan terjadi jika $\theta = 0^0$. Catatan, pada persamaan (6.13) bahwa tegangan geser maksimum pada bidang miring 450 sama dengan setengah tegangan tarik normal maksimum pada bidang 0^0.

CONTOH SOAL 6.13

Sebuah batang baja berbentuk persegi dengan ukuran penampang 25 mm x 25 mm dikenai beban tarik 89 kN. (a) Hitung tegangan geser dan tegangan tarik pada bidang miring yang membentuk sudut 30^0, 40^0, dan 60^0 dengan sumbu longitudinal batang. (b) Hitung tegangan tarik maksimum dan tunjukkan pada bidang mana ini akan terjadi.

PENYELESAIAN

(a) Garis normal pada 30^0,

$$s'_s = \frac{P}{2A}\sin 2\theta = \frac{89\times10^3}{2(0{,}025)^2}\sin 60^0 = 61{,}66\cdot MPa$$

$$s_n = \frac{P}{A}\cos^2\theta = \frac{89\times10^3}{(0{,}025)^2}\cos^2 30^0 = 106{,}8\cdot MPa$$

Garis normal pada 45^0,

$$s'_s = \frac{P}{2A}\sin 2\theta = \frac{89\times10^3}{2(0{,}025)^2}\sin 90^0 = 71{,}2\cdot MPa$$

$$s_n = \frac{P}{A}\cos^2\theta = \frac{89\times10^3}{(0{,}025)^2}\cos^2 45^0 = 71{,}2\cdot MPa$$

Garis normal pada 60^0,

$$s'_s = \frac{P}{2A}\sin 2\theta = \frac{89\times10^3}{2(0{,}025)^2}\sin 120^0 = 61{,}66\cdot MPa$$

$$s_n = \frac{P}{A}\cos^2\theta = \frac{89\times10^3}{(0{,}025)^2}\cos^2 60^0 = 35{,}6\cdot MPa$$

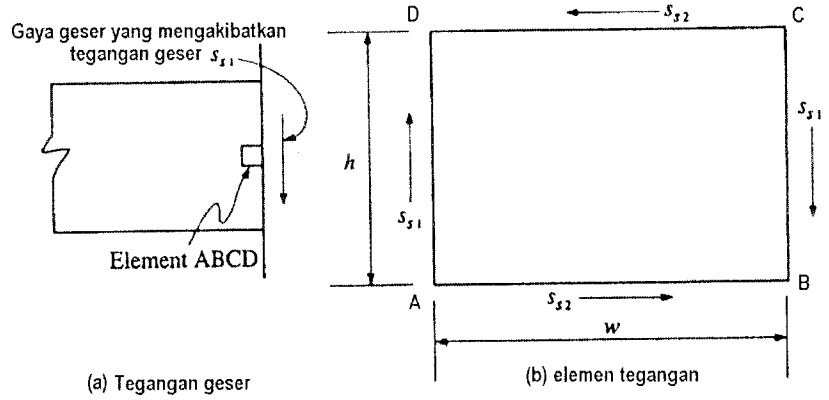
(b) Tegangan tarik maksimum terjadi pada $\theta = 0^0$, karena diketahui cos 0^0 = 1. Pernyataan ini dapat ditulis sebagai:

$$s_n = \frac{P}{A}\cos^2\theta = \frac{P}{A}(1) = \frac{89\times10^3}{(0{,}025)^2} = 142{,}4\cdot MPa$$

6.6 TEGANGAN GESER PADA BIDANG SALING TEGAK LURUS

Pada bagian ini kita akan menunjukkan bahwa ada sebuah titik dalam suatu bangun di mana tegangan geser yang ada pada bidang intensitasnya harus sama dan secara simultan tegak lurus pada bidang.

Mari kita perhatikan sebuah bangun yang dikenai gaya geser sebagaimana nampak pada Gambar 6.13(a). Gaya geser menyebabkan tegangan geser s_{s1} bekerja pada bangun sebelah kanan. Bagian kecil yang ditunjukkan oleh elemen ABCD dikeluarkan sebagai benda bebas (*free body*) dalam kesetimbangan (lihat Gambar 6.13b). Elemen ABCD dianggap mempunyai ketebalan satu (1). Jika ada tegangan geser s_{s1} bekerja pada sisi sebelah kanan dari elemen, gaya geser pada bagian ini adalah s_{s1} $(h)(1)$ sehingga harus ada gaya geser yang sama dan berlawanan arah pada sisi kiri, karena jumlah gaya vertikal harus sama dengan nol.



Gambar 6.13 Tegangan Geser pada Bidang Tegak Lurus

Dua gaya vertikal tersebut merupakan kopel. Untuk mencegah putaran dari elemen, harus ada kopel lain yang dihasilkan oleh $s_{s2}(w)(1)$ yang bekerja pada bagian atas dan bawah elemen ABCD. Dua kopel tersebut haruslah secara numerik sama dan bekerja pada arah berlawanan, sebagaimana tampak pada Gambar 6.11(b).

Ambillah momen gaya terhadap titik A dan samakan dua kopel,

$$s_{s1}(h)(1)(w) = s_{s2}(w)(1)(h)$$

maka,

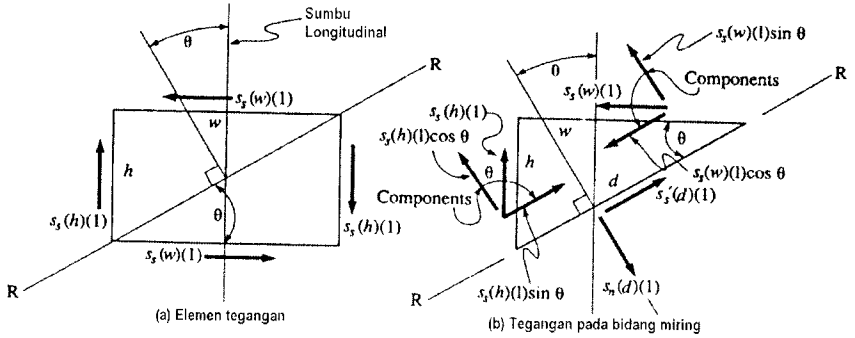
$$s_{s1} = s_{s2}$$

Sehingga kita melihat bahwa tegangan geser pada bidang tidak dapat terjadi sendiri akan tetapi menimbulkan tegangan geser pada bidang tegak lurus.

6.7 TARIKAN DAN TEKANAN AKIBAT GESER

Gambar 6.14(a) menunjukkan elemen tegangan yang dikenakan geser murni. Pada bagian sebelumnya telah ditunjukkan bahwa tegangan geser pada bidang saling tegak lurus adalah sama. Tegangan geser s_s ditunjukkan pada tiap empat bidang elemen sehingga panah pada Gambar 6.14(a)

menunjukkan gaya geser yang diperoleh dari perkalian tegangan geser dengan luasan pada tegangan geser bekerja.



Gambar 6.14 Tegangan pada Titik

Bagian R-R adalah potongan melalui elemen dari pojok ke pojok, dan separuh kiri bagian atas ditunjukkan diagram benda bebasnya pada Gambar 6.14(b). Sudut θ dinyatakan dengan w dan h. Sudut θ adalah sudut yang dibentuk antara bidang diagonal yang tegak lurus terhadap sumbu longitudinal bangun. Jika d adalah panjang diagonal, gaya-gaya yang bekerja pada permukaan diagonal adalah gaya geser $s'_s(d)(1)$ dan gaya tarik $s_n(d)(1)$. Pada pernyataan ini, s'_s adalah tegangan geser yang bekerja pada diagonal dan s_n adalah tegangan tarik yang bekerja tegak lurus (normal) terhadap diagonal.

Diagram benda bebas menunjukkan bahwa elemen potongan haruslah berada dalam kesetimbangan sehingga jumlah gaya-gaya yang bekerja tegak lurus terhadap permukaan diagonal harus sama dengan nol. (Jika potongan kecil-kecil elemen dengan diagram benda bebasnya dinyatakan berada dalam kesetimbangan, pastilah setiap bagian benda, tidak masalah bagaimana kecilnya, juga harus setimbang). Secara aljabar, jumlah gaya tegak lurus permukaan diagonal adalah:

$$s_n(d)(1) = s_s(h)(1)\cos\theta + s_s(w)(1)\sin\theta$$

Dibagi dengan (d)(1),

$$s_n = s_s\left(\frac{h}{d}\right)\cos\theta + s_s\left(\frac{w}{d}\right)\sin\theta$$

Karena sin $\theta = h/d$ dan cos $\theta = w/d$,

$$s_n = s_s \sin\theta\cos\theta + s_s \cos\theta\sin\theta$$
$$s_n = 2s_s \sin\theta\cos\theta \quad \text{..... (6.15)}$$
$$s_n = s_s \sin 2\theta$$

Pernyataan ini menjadi maksimum jika sin 2θ adalah maksimum. Nilai maksimum sin θ adalah 1, yaitu jika $2\theta = 90^0$ atau $\theta = 45^0$.

Jika diinginkan untuk menghitung tegangan geser pada permukaan diagonal, jumlah aljabar dari gaya-gaya ini diperoleh dengan melihat Gambar 6-14 (b):

$$s'_s(d)(1) = s_s(w)(1)\cos\theta - s_s(h)(1)\sin\theta$$

Dibagi dengan $(d)(1)$,

$$s'_s = s_s\left(\frac{w}{d}\right)\cos\theta - s_s\left(\frac{h}{d}\right)\sin\theta$$

Karena sin $\theta = h/d$ dan cos $\theta = w/d$,

$$s'_s = s_s\cos^2\theta - s_s\sin^2\theta$$
$$s'_s = s_s\left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) \quad \text{..... (6.16)}$$
$$s'_s = s_s\cos 2\theta$$

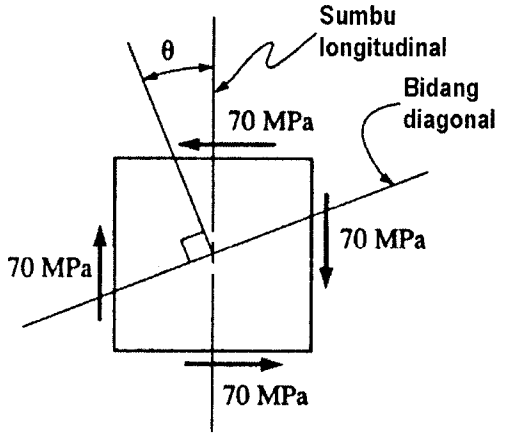
Jika $\theta = 45^0$, tegangan geser pada bidang diagonal adalah nol.

Keadaan yang sama terjadi pada bidang diagonal lain dari elemen yang dikenakan geser murni sehingga tegangan normal terhadap bidang diagonal ini lebih cencerung menjadi tekan daripada tarik. Elemen tegangan yang dikenakan geser murni, tegangan tarik dan tekan dihasilkan pada bidang diagonal sebagai hasil tegangan geser. Tegangan tarik dan tekan maksimum bekerja pada bidang sudut 45^0 terhadap tegangan geser yang bekerja dengan intensitas yang sama dengan tegangan geser.

Tegangan tarik yang bekerja pada permukaan diagonal umumnya dinyatakan sebagai tarikan diagonal. Tegangan ini sangat besar pengaruhnya dalam desain beton karena kapasitas beton untuk menahan tarikan sangat terbatas.

CONTOH SOAL 6.14

Suatu tegangan geser (geser murni) 70 MPa bekerja pada sebuah benda (lihat Gambar 6.15). Hitung besar tegangan geser dan normal pada bidang diagonal yang membentuk sudut $\theta = 30^0$ dan 45^0.



Gambar 6.15 Elemen Tegangan

PENYELESAIAN

Dari persamaan (6.15) dan (6.16),

Untuk $\theta = 30^0$,

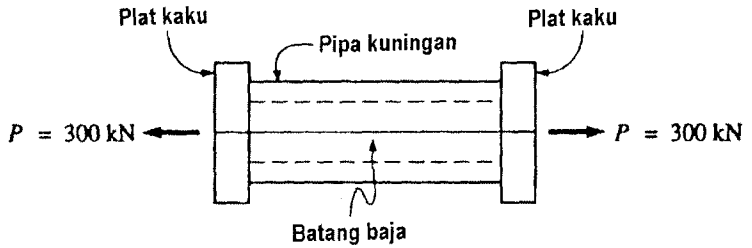
$$s_n = s_s \sin 2\theta = (70 \cdot MPa)\sin 60^0 = 60{,}6 \cdot MPa$$
$$s'_s = s_s \cos 2\theta = (70 \cdot MPa)\cos 60^0 = 35{,}0 \cdot MPa$$

Untuk $\theta = 45^0$,

$$s_n \quad s_s \sin 2\theta = (70 \cdot MPa)\sin 90^0 = 70{,}0 \cdot MPa$$
$$s'_s \quad s_s \cos 2\theta \quad (70 \cdot MPa)\cos 90^0 \quad 0$$

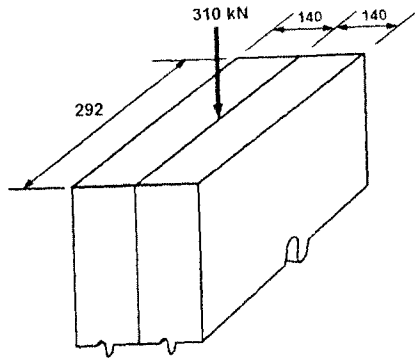
LATIHAN SOAL

1. Sebuah batang baja berbentuk persegi panjang terbuat dari ASTM A36 dengan dimensi 50 mm x 150 mm dikenai beban tarik 1,3 MN. Batas proporsional baja 234 MPa. Hitung perubahan transversal pada dimensi 150 mm.
2. Rel crane terbuat dari baja dengan jarak antarcelah rel adalah 3,2 mm pada temperatur 15 ^{0}C. Dengan mengacu Apendiks G, (a) hitung temperatur saat ujung rel saling bersentuhan, (b) hitung celah di antara rel jika temperatur turun hingga -10 ^{0}C, dan (c) hitung tegangan tekan rel jika temperatur mencapai 45 ^{0}C.
3. Sebuah batang baja berdiameter 50 mm, panjang 254 mm, ditempatkan di bagian dalam pipa kuningan (*brass*) yang mempunyai diameter dalam 50 mm dan diameter luar 75 mm sebagaimana nampak pada Gambar 6.16. Benda dikenai beban tarik aksial 300 kN. Hitung (a) tegangan yang terjadi pada baja dan di dalam kuningan, (b) besar beban yang disangga masing-masing bahan, (c) pertambahan panjang dari sistem unit.



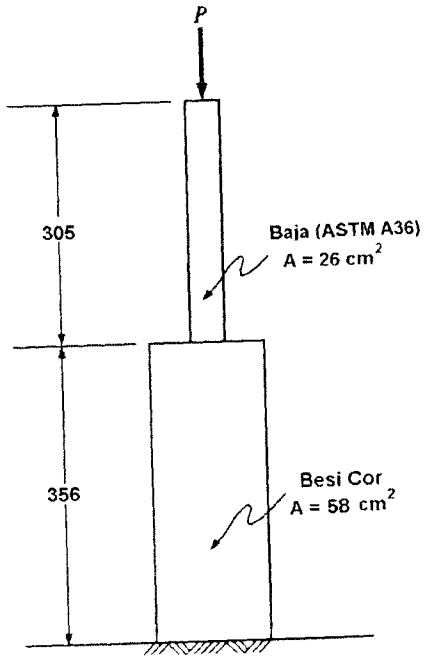
Gambar 6.16 Soal No. 3

4. Sebuah kolom terbuat dari kayu douglas-fir dan hem-fir mempunyai dimensi sama, yaitu: 140 mm x 292 mm, saling dihubungkan dengan baut menjadi satu kesatuan (lihat Gambar 6.17). Berapa bagian dari beban total 310 kN yang dapat disangga masing-masing bahan?



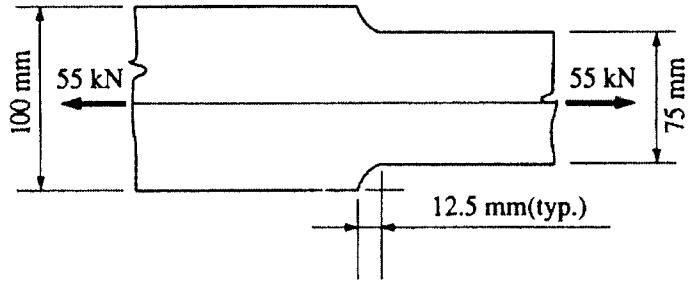
Gambar 6.17 Soal No. 4

5. Untuk kolom, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 6.18, dianggap tidak terjadi lengkung (*buckling*) lateral. Hitung (a) besar beban aksial P yang dapat mengakibatkan total panjang berkurang 0,254 mm dan (b) hitung tegangan tekan baja.



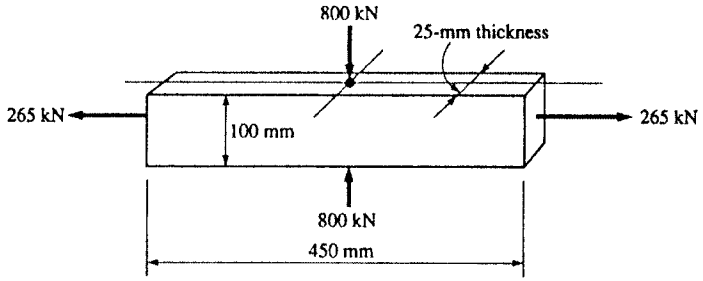
Gambar 6.18 Soal No. 5

6. Batang baja datar lebar 100 mm dan tebal 100 mm dikurangi menjadi lebar 75 mm. Terdapat *fillet* dengan jari-jari 12,5 mm pada tiap sisi (lihat Gambar 6.19). Batang dikenai beban tarik aksial 55 kN. Hitung (a) tegangan tarik rata-rata pada bagian lebar batang, (b) tegangan tarik rata-rata pada bagian lebih kecil batang, dan (c) tegangan tarik maksimum pada *fillet*.



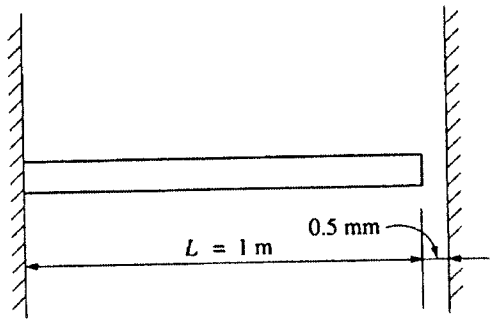
Gambar 6.19 Soal No. 6

7. Hitung semua perubahan batang baja jika batang dikenai gaya (lihat Gambar 6.20). Batas proporsional baja 234 MPa.



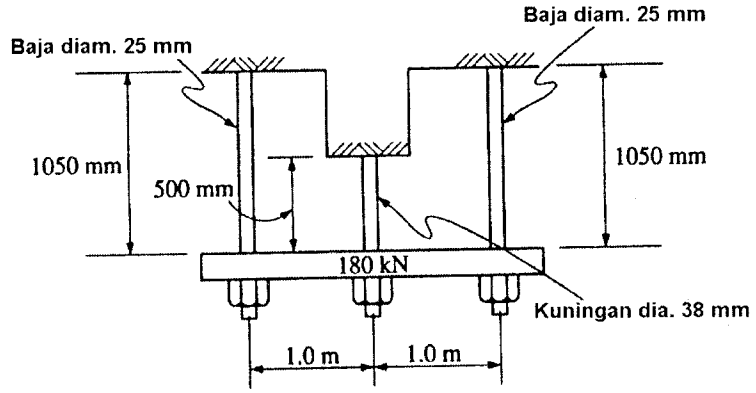
Gambar 6.20 Soal No. 7

8. Batang tembaga (*copper*) panjang 1 m ditempatkan di antara dua dinding. Batang melekat pada satu dinding (Gambar 6.21). Hitung tegangan yang terjadi karena kenaikan temperatur 60 °C.



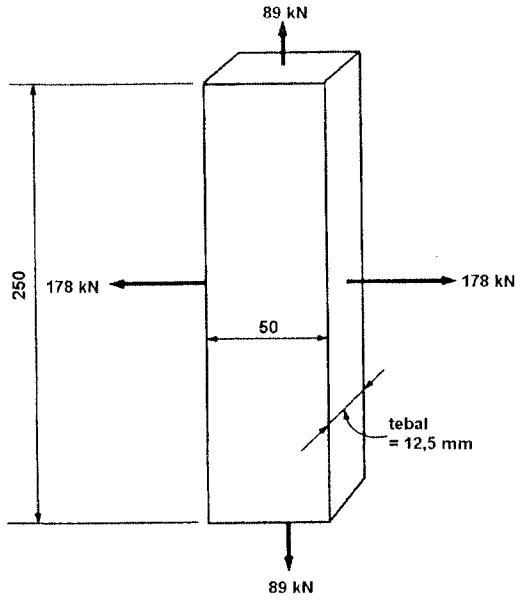
Gambar 6.21 Soal No. 8

9. Tiga batang menyangga beban (lihat Gambar 6.22). Dudukan adalah kaku dan beban merata bekerja pada blok. Hitung beban yang disangga tiap batang (*rod*).



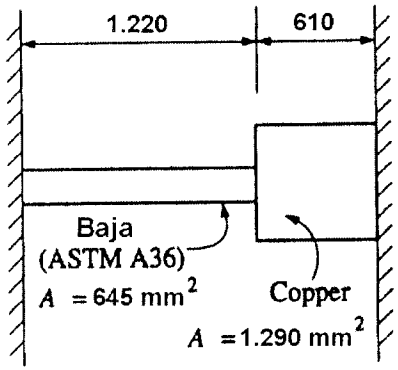
Gambar 6.22 Soal No. 9

10. Hitung perubahan tebal batang baja ASTM A36 jika dikenakan beban sebagaimana tampak pada Gambar 6.23. Anggap batas proporsional adalah 234 MPa.



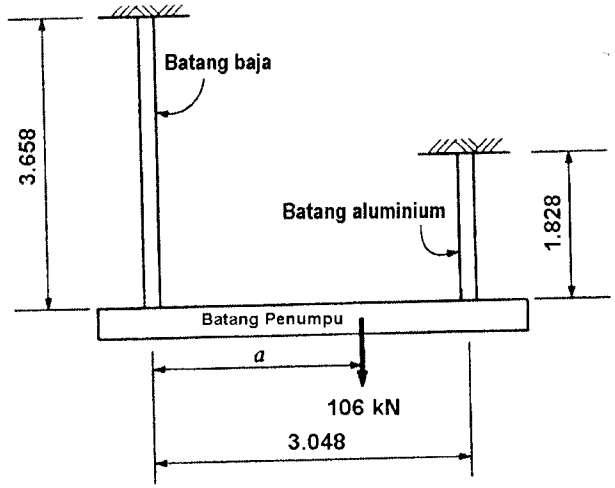
Gambar 6.23 Soal No. 10

11. Batang pada Gambar 6.24 secara kuat ditaruh pada dudukan kaku. Jika awalnya tidak ada tegangan pada batang, hitung tegangan pada tiap bahan jika temperatur turun 38 ^{0}C dan tidak ada pergerakan dari dudukan.



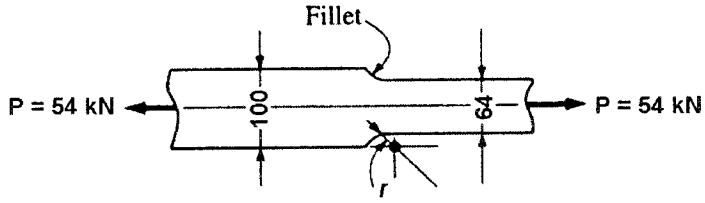
Gambar 6.24 Soal No. 11

13. Batang aluminium dengan luas penampang 968 mm^2 dan batang baja AISI 1020 dengan luas penampang 645 mm^2 menyangga batang kaku yang dikenai gaya tarik 107 kN sebagaimana tampak pada Gambar 6.25. Carilah jarak *a* dan tegangan pada dua batang, aluminium dan baja, agar batang kembali horizontal sesudah beban bekerja.



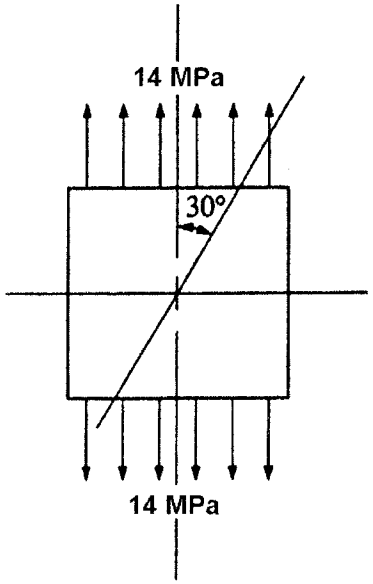
Gambar 6.25 Soal No. 12

14. Sebuah batang baja lebar 100 mm dan tebal 12 mm harus dikurangi menjadi lebar 64 mm sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 6.26. Tegangan tarik ijin adalah 103 MPa. Jika beban tarik aksial yang bekerja adalah 54 kN, hitung jari-jari *r fillet* minimum yang dapat digunakan.



Gambar 6.26 Soal No. 13

15. Plat bujur sangkar pada Gambar 6.27 dikenakan tegangan tarik 14 MPa. Hitung tegangan geser dan tegangan tarik yang dihasilkan pada bidang yang membentuk sudut 300 dengan sumbu longitudinal bangun bujur sangkar.

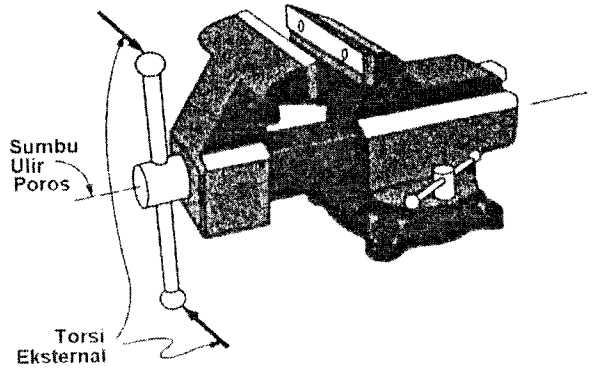


Gambar 6.27 Soal No. 14

BAB 7
BEBAN TORSI

7.1 PENDAHULUAN

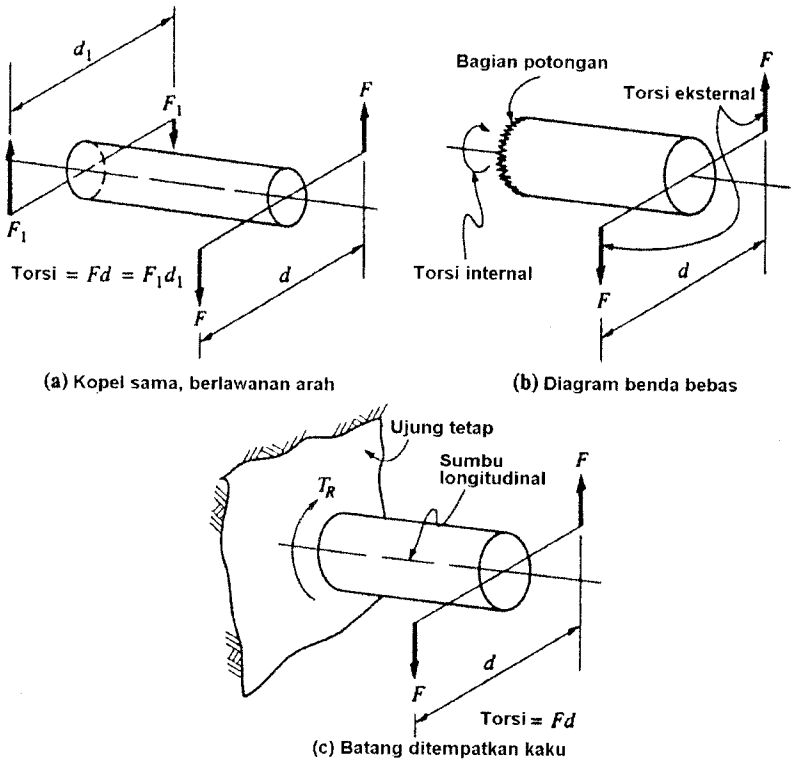
Pada bab sebelumnya kita telah mempelajari analisis dan desain material yang dikenai beban aksial (konsentris) atau beban yang mengakibatkan tegangan geser langsung. Pada bab ini kita akan membahas material yang dikenai aksi putar (*twisting action*) akibat kopel atau momen putar (*twisting moment*). Aksi putar yang bekerja pada bidang tegak lurus sumbu longitudinal material disebut torsi (*torque*). Sebuah contoh sederhana tentang hal ini diperlihatkan pada Gambar 7.1, di mana jepitan sebuah ragum (*bench vise*) dikeraskan dengan menggunakan gaya putar. Torsi bekerja pada ulir sekrup ragum, memutar *handle*, yang menyebabkan penjepit semakin menekan. Torsi yang bekerja seperti ini disebut torsi eksternal.



Gambar 7.1 Ragum Penjepit

7.2 MATERIAL YANG DIKENAI TORSI

Marilah kita perhatikan material pada kondisi kesetimbangan statis. Material dikenai dua kopel yang bekerja pada arah yang berlawanan, sejajar bidang, tegak lurus sumbu longitudinal sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 7.2(a). Besar torsi pada batang adalah satu dari dua kopel (*Fd*). Pada Gambar 7.2(b), batang dipotong dan bagian kanan ditunjukkan sebagai benda bebas. Tampak bahwa pada kondisi kesetimbangan, torsi reaksi internal harus sama dengan torsi eksternal.



Gambar 7.2 Material Dikenai Torsi

Pada Gambar 7.2(c) batang kaku ditempatkan tetap (*fixed*) yang diputar pada satu ujung dengan satu kopel eksternal yang bekerja. Kesetimbangan yang terjadi pada kasus ini adalah karena sama dan berlawanan arah torsi internal pada ujung tetap. Besar torsi eksternal dan internal adalah (*Fd*).

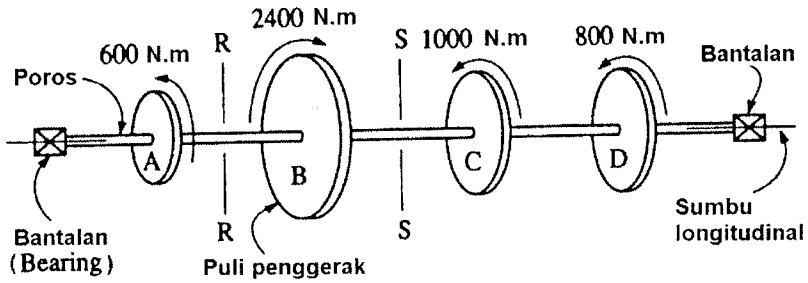
Kopel atau torsi dinyatakan dalam satuan N·m. Pada bidang mesin desain, bahan yang dikenai torsi atau kopel umumnya adalah poros (*shaft*) yang digunakan untuk transmisi daya (*power*). Poros biasanya dalam potongan berbentuk lingkaran yang kemungkinan pejal (*solid*) atau bolong (*hollow*).

Poros dapat memiliki beberapa pulli (*puley*) atau roda gigi yang dipasangkan. Salah satu pulli sebagai pulli penggerak yang memberikan torsi untuk menggerakkan poros. Poros kemudian memindahkan torsi kepada pulli yang lain yang kemudian memberikan torsi yang dibutuhkan untuk menggerakkan mesin atau peralatan. Torsi sepanjang poros bervariasi tergantung tempat dan besar torsi yang berhubungan dengan bermacam jenis pulli.

Torsi internal harus sama dengan jumlah aljabar torsi eksternal. Pada bab ini kita mempelajari hubungan antara torsi dan tegangan-regangan yang terjadi pada poros. Berat poros diabaikan sehingga pengaruh bending juga diabaikan.

CONTOH SOAL 7.1

Hitung torsi internal pada bagian R-R dan S-S pada poros yang ditunjukkan pada Gambar 7.3. Poros dikenai empat torsi. Anggap gesekan bantalan (*bearing*) diabaikan.

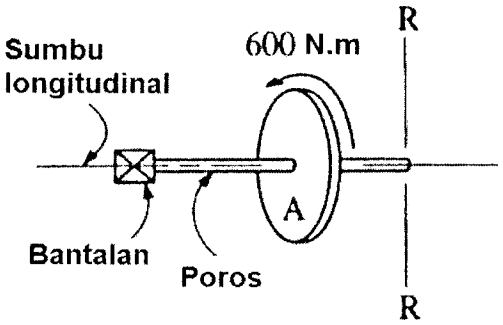


Gambar 7.3 Poros dan Pulli

PENYELESAIAN

Pulli B adalah pulli penggerak (*driver pulley*) dan pulli yang lain sebagai pulli yang digerakkan (*driven pulley*). Torsi 2400 N·m pada B disetimbangkan oleh tiga torsi; 600 N·m, 1000 N·m, dan 800 N·m pada A, C, dan D, dengan arah yang berlawanan. Sistem dianggap berada dalam kondisi *steady-state equilibrium* sehingga tidak ada kehilangan kecepatan.

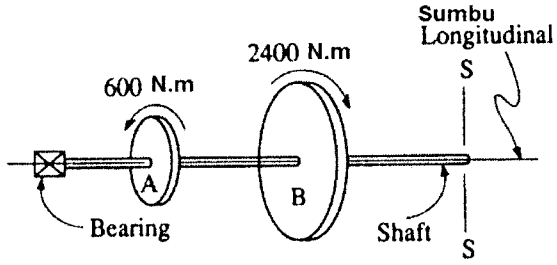
Untuk menentukan torsi pada bagian R-R, potong bagian R-R tegak lurus sumbu longitudinal poros sembarang di antara pulli A dan B, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 7.4. Untuk kondisi kesetimbangan, jumlah torsi harus sama dengan nol ($\sum T = 0$).



Gambar 7.4 Diagram Benda Bebas R-R

Karena torsi eksternal yang bekerja adalah 600 N·m berlawanan arah jarum jam, jika dilihat dari sebelah kiri poros, torsi internal haruslah 600 N·m (tetapi searah jarum jam).

Menggunakan pendekatan yang sama untuk menghitung torsi pada bagian S-S, di antara pulli B dan C, potong bagian S-S dan perhatikan bagian kiri poros. Ini ditunjukkan pada Gambar 7.5.



Gambar 7.5 Diagram Benda Bebas S-S

Menggunakan $\sum T = 0$, torsi internal di antara pulli B dan C harus sama dengan torsi eksternal yang bekerja, sehingga:

$$T_{int} = T_{ekst} = 2400 - 600 = 1800 \text{ N·m}$$

yang merupakan torsi berlawanan arah jarum jam jika dilihat dari kiri poros. Dengan cara yang sama, torsi internal antara C dan D adalah 800 N·m.

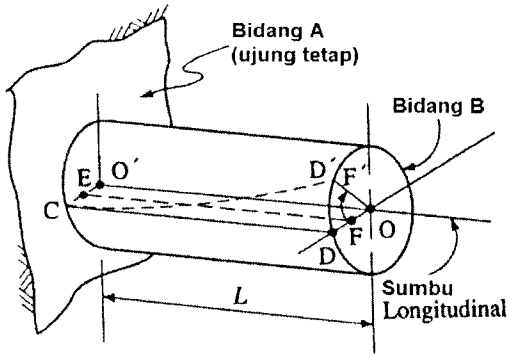
7.3 TEGANGAN TORSI

Marilah kita perhatikan material berpenampang lingkaran yang dikenai putaran pada satu ujung dan beban torsi pada ujung yang lain, sebagaimana ditunjukkan Gambar 7.2(c). Karena kopel tidak mengakibatkan *bending* dan juga tarikan atau tekanan langsung, kondisi pembebanan ini menimbulkan tegangan geser murni pada setiap bidang luas penampang yang terletak di antara kopel dan ujung tetap.

Karena semua material memiliki batas kekuatan geser, ini perlu untuk menunjukkan hubungan matematis antara tegangan geser torsi, torsi, dan sifat fisik material. Kita akan mengevaluasi material berpenampang lingkaran yang dibebani torsi untuk menentukan distribusi tegangan geser berdasarkan hubungan tegangan-regangan.

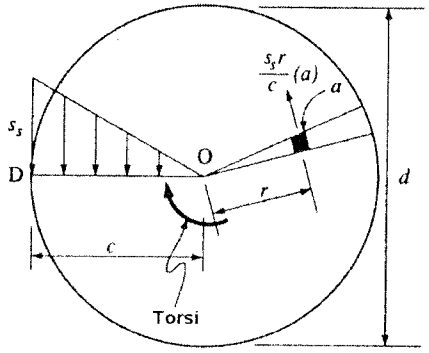
Gambar 7.6 menunjukkan sebuah segmen poros lingkaran yang terletak di antara dua bidang sejajar A dan B yang tegak lurus terhadap sumbu longitudinal poros. CD adalah garis lurus pada permukaan poros yang sejajar sumbu longitudinal. Bidang A adalah tetap (tidak berubah terhadap putaran). Jika poros dikenakan torsi yang bekerja pada bidang B,

bidang B akan berputar sedikit sekali. Jari-jari OD akan menjadi OD' dan garis CD akan menjadi CD'. Maka distorsi geser garis CD sama dengan DD' dan regangan geser adalah (DD')/*L*.



Gambar 7.6 Poros Berpenampang Lingkaran

Gambar 7.7 menunjukkan penampang yang diperbesar dari poros pada Gambar 7.6. Bagian penampang diambil sebarang di antara bidang A dan bidang B. Titik O menunjukkan sumbu longitudinal sentroid poros. Variasi tegangan geser pada bagian penampang akibat torsi eksternal digambar menggunakan jari-jari OD sebagai garis referensi. Jarak radial dari titik O ke permukaan terluar dinyatakan dengan *c*. Luasan yang sangat kecil yang terletak pada jarak radial *r* dari O dinyatakan dengan *a*. Poros berdiameter *d*.



Gambar 7.7 Distibusi Tegangan Penampang Lingkaran

Sebagai hasil pembebanan torsi, tegangan geser s_s yang dihasilkan pada penampang permukaan luar poros (*c* jarak dari O). Tegangan geser yang dihasilkan pada jarak radial *r* dari O dapat dihitung dari:

$$\frac{s_s(r)}{c}$$

Kita tahu bahwa gaya adalah perkalian tegangan dan luasan, maka gaya geser pada luasan *a* dapat dihitung dari:

$$\frac{s_s(r)}{c}(a)$$

Perhatikan luasan *a*. Torsi internal yang dihasilkan terhadap titik O oleh gaya geser yang bekerja pada luasan ini adalah:

$$\frac{s_s(r^2)}{c}(a)$$

Dengan demikian torsi internal total terhadap titik O dari semua gaya yang bekerja pada luasan kecil tak berhingga (*infinitesimal areas*) dapat dihitung dari:

$$\frac{s_s}{c}\sum ar^2$$

Besaran matematis $\sum ar^2$ menunjukkan momen inersia poros lingkaran terhadap sumbu longitudinal sentroid yang tegak lurus terhadap luas bidang. Melihat kembali Bab 3, hal ini disebut momen inersia polar yang disimbolkan dengan *J*.

Jadi pernyataan untuk torsi internal total terhadap titik O dapat ditulis sebagai:

$$T = \frac{s_s J}{c} \quad \text{..... (7.1)}$$

Selesaikan untuk tegangan geser, maka:

$$s_s = \frac{Tc}{J} \quad \text{..... (7.2)}$$

dengan s_s : tegangan geser (Pa, MPa)
T : torsi ekternal yang bekerja (N·m)
c : jarak radial dari sumbu longitudinal sentroid pada permukaan luar
J : momen inersia polar (mm^4, m^4) (lihat Tabel 3.1)

Persamaan (7.1) dapat ditulis kembali untuk mendapatkan torsi maksimum atau torsi ijin material. Untuk menggunakan rumusan ini, tegangan geser ijin harus diketahui:

$$T_R = \frac{s_{s(all)} J}{c}$$

dengan TR : torsi ijin (N·m)
ss(all) : tegangan geser ijin (Pa, MPa)

Untuk poros lingkaran pejal, $c = d/2$; dan juga dari Tabel 3.1,

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

Substitusi kedua besaran,

$$\frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{T(d/2)}{s_{s(all)}}$$

Selesaikan untuk mendapatkan diameter d yang diperlukan,

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot s_{s(all)}}} \quad \text{..... (7.4)}$$

Pada desain ini, perumusan adalah untuk poros lingkaran pejal. Untuk poros bolong, J tergantung pada diameter dalam dan luar (lihat Tabel 3.1).

CONTOH SOAL 7.2

Hitung torsi ijin yang dapat dikenakan pada poros lingkaran jika tegangan geser ijin material adalah 83 MPa. (a) anggap poros adalah pejal dengan diameter 150 mm. (b) anggap poros adalah bolong dengan diameter dalam 125 mm dan diameter luar 150 mm.

PENYELESAIAN

(a) Untuk poros pejal, momen inersia polar dihitung dari:

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot (0{,}150)^4}{32} = 4{,}97 \times 10^{-5} \cdot m^4$$

Untuk menghitung torsi ijin menggunakan persamaan (7.3),

$$T_R = \frac{s_{s(all)} J}{c} = \frac{83 \times 10^6 \cdot 4{,}97 \times 10^{-5}}{0{,}075} = 5{,}5 \times 10^4 N \cdot m$$

(b) Untuk poros bolong, momen inersia polar dihitung dari:

$$J = \frac{\pi \cdot (d^4 - d_1^4)}{32} = \frac{\pi \cdot (0{,}150^4 - 0{,}125^4)}{32} = 2{,}57 \times 10^{-5} \cdot m^4$$

Untuk menghitung torsi ijin menggunakan persamaan (7.3),

$$T_R = \frac{s_{s(all)} J}{c} = \frac{83 \times 10^6 \cdot 2{,}57 \times 10^{-5}}{0{,}075} = 2{,}85 \times 10^4 N \cdot m$$

CONTOH SOAL 7.3

Torsi sebesar 30 kN ditransmisikan oleh poros pejal. Hitung diameter yang diperlukan jika tegangan geser tidak boleh mencapai 80 MN/m^2.

PENYELESAIAN

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot s_{s(all)}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 30 \times 10^3}{\pi \cdot 80 \times 10^6}} = 0{,}124 \cdot m$$

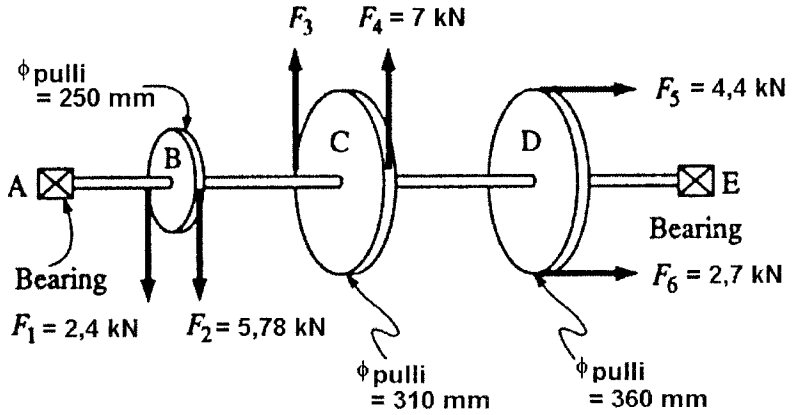
Menggunakan persamaan (7.4),

maka diameter poros yang diperlukan adalah 124 mm.

CONTOH SOAL 7.4

Pada Gambar 7.8, pulli B, C, dan D ditempatkan pada poros pejal yang disangga bantalan A dan E. Poros digerakkan dengan kecepatan tetap oleh pulli C. Poros menggerakkan pulli B dan D. Diameter pulli B, C, dan D

masing-masing adalah 250 mm, 310 mm, dan 360 mm. Tegangan belt ditunjukkan. Diameter poros adalah 38 mm. (a) hitung tegangan belt F_3, (b) hitung torsi poros di antara pulli C dan D, (c) hitung tegangan geser maksimum yang dihasilkan dari torsi bagian (b).



Gambar 7.8 Sistem Poros dan Pulli

PENYELESAIAN

Semua tegangan belt diketahui kecuali F_3. Ketidakseimbangan di antara tarikan belt pada satu sisi dapat digunakan untuk menentukan berapa torsi yang ditransmisikan di antara pulli dan poros. Torsi adalah tarikan belt dikalikan jari-jari pulli.

(a) Hitung tarikan belt F_3. Karena sistem dalam kesetimbangan, torsi pada C harus disetimbangkan oleh torsi pada B dan D.

Torsi dari pulli B adalah:

$$(F_2 - F_1)(r_B) = (5{,}78 - 2{,}4)(0{,}125) = 422{,}5 \text{ N·m} \qquad (clocwise)$$

Torsi dari pulli D adalah:

$$(F_5 - F_6)(r_D) = (4{,}4 - 2{,}7)(0{,}180) = 306 \text{ N·m} \qquad (clocwise)$$

Pulli C menggerakkan poros. Ini mesti memindahkan torsi berlawanan arah dengan jumlah torsi dari pulli B dan D:

$$422{,}5 + 306 = 728{,}5 \text{ N·m}$$

Torsi dari pulli C adalah:

$$(F_4 - F_3)(r_C) = (7000 - F_3)(r_C)$$

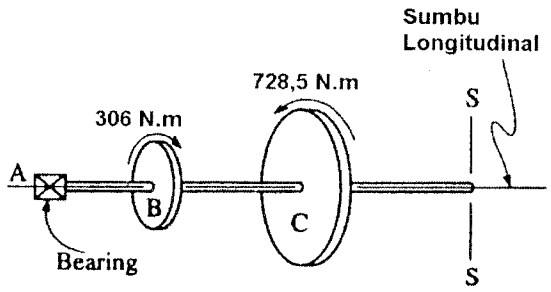
Selesaikan,

$$(7000 - F_3)(r_C) = 728{,}5 \text{ N·m}$$

$$F_3 = -\frac{728{,}5}{0{,}155} + 7000 = 2300 \cdot N \quad \text{(tarikan belt)}$$

(b) Hitung torsi di antara pulli C dan D. Bagian S-S memotong dua pulli dan sebelah kiri diambil sebagai benda bebas, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 7.9. Menerapkan $\sum T = 0$, torsi eksternal yang bekerja mesti sama dengan torsi internal:

$$728{,}5 - 306 = T_{int} = 422{,}5 \text{ N·m}$$



Gambar 7.9 Diagram Benda Bebas

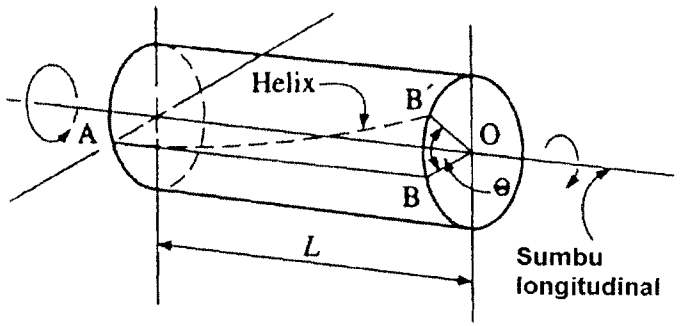
(c) Hitung tegangan geser maksimum yang dihasilkan pada poros di antara pulli C dan D. Diameter poros 38 mm sehingga c = 19 mm. Menghitung momen inersia polar sentroid dan tegangan geser,

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot (0{,}038)^4}{32} = 2{,}047 \times 10^{-7} \cdot m^4$$

$$s_s = \frac{Tc}{J} = \frac{422{,}5 \cdot (0{,}019)}{2{,}047 \times 10^{-7}} = 39{,}22 \times 10^6 \cdot \frac{N}{m^2}$$

7.4 SUDUT PUTAR

Jika poros berpenampang lingkaran dengan panjang L dikenakan torsi sebesar T sepanjang L, satu ujung poros akan berputar terhadap sumbu longitudinal relatif terhadap ujung yang lain. Gambar 7.10 menunjukkan hal ini. AB menunjukkan garis lurus pada permukaan poros tak terputar sejajar sumbu longitudinal poros. AB' menunjukkan kurva (berbentuk heliks), yaitu garis AB diasumsikan setelah torsi bekerja. Sebagai hasil torsi yang bekerja, jari-jari OB ditunjukkan pada ujung poros, berputar dan diasumsikan pada posisi OB'. Sudut BOB' disebut sudut putar (*angle of twist*) yang dinyatakan dengan radian dan dilambangkan dengan θ.



Gambar 7.10 Sudut Putar Poros

Deformasi garis pada permukaan poros yang dikenakan torsi adalah deformasi geser. Oleh sebab itu deformasi geser total (δ_s) garis AB pada panjang L adalah BB'. Regangan geser dinyatakan sebagai:

$$\varepsilon_s = \frac{\delta_s}{L} = \frac{BB'}{L}$$

Karena poros berpenampang lingkaran, besar BB' adalah sama dengan $c\theta$ dengan c adalah jari-jari penampang poros dan θ adalah sudut putar yang dinyatakan dengan radian. Maka:

$$\varepsilon_s = \frac{BB'}{L} = \frac{c\theta}{L}$$

Anggap bahwa hukum Hooke berlaku. Dengan menggunakan hubungan tegangan-regangan, modulus kekakuan G (lihat Bab 4) yang dinyatakan sebagai:

$$G = \frac{s_s}{\varepsilon_s}$$

Substitusi untuk ε_s, pernyataannya menjadi:

$$G = \frac{s_s}{(c\theta/L)} = \frac{s_s L}{c\theta}$$

Selesaikan untuk θ,

$$\theta = \frac{s_s L}{Gc} \quad \text{.....(7.5)}$$

yang memberikan sudut putar dalam bentuk tegangan geser maksimum yang terjadi pada permukaan luar.

Karena

$$s_s = \frac{Tc}{J}$$

sudut putar dapat juga dinyatakan dalam bentuk torsi T. Substitusikan untuk s_s ke dalam persamaan (7.5):

$$\theta = \frac{TcL}{JGc} = \frac{TL}{JG} \quad \text{.....(7.6)}$$

dengan θ : sudut putar (radian, dengan 1 rad = 57,3^0)
T : torsi (N·m)
L : panjang poros yang dikenakan torsi (m)
J : momen inersia polar (m^4)
G : modulus kekakuan (modulus elastisitas geser; Pa)

Persamaan (7.5) dan (7.6) dapat diterapkan baik untuk poros berpenampang lingkaran yang pejal maupun bolong. Pada banyak kasus keteknikan, ukuran poros untuk mentransmisikan torsi lebih memerhatikan sudut putar ijin daripada tegangan geser ijin.

CONTOH SOAL 7.5

Sebuah poros baja pejal berdiameter 38 mm, panjang 1800 mm, dikenakan torsi sebesar 565 N·m. Baja adalah AISI 1020 *hot-rolled*. Hitung (a) tegangan geser maksimum dan (b) sudut putar total.

PENYELESAIAN

Momen inersia polar J dihitung dari:

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot (0{,}038)^4}{32} = 2{,}047 \times 10^{-7} \cdot m^4$$

(a) Menghitung tegangan geser maksimum (dari persamaan 7.2)

$$s_s = \frac{Tc}{J} = \frac{565(0{,}038/2)}{2{,}047 \times 10^{-7}} = 5{,}244 \times 10^7 \cdot \frac{N}{m^2}$$

(b) Menggunakan persamaan (7.6) dan G dari Apendiks G, sudut putar dihitung dengan:

$$\theta = \frac{TL}{JG} = \frac{565(1{,}8)}{2{,}047 \times 10^{-7} \cdot 79{,}3 \times 10^9} = 0{,}063 \cdot radian$$

karena satu radian = $57{,}3^0$, maka:

$$\theta = 0{,}063\ (57{,}3) = 3{,}61^0$$

7.5 TRANSMISI DAYA DENGAN POROS

Putaran poros umumnya digunakan untuk transmisi daya (*power*). Sedang daya adalah laju perpindahan energi. Dari pengertian fisika kita telah memperoleh pengertian bahwa kerja (*work*) adalah gaya yang mengakibatkan perubahan jarak.

Kerja = gaya x jarak

Untuk benda yang berputar dengan dengan torsi T bekerja pada jarak r dari titik pivot, maka:

Jarak satu putaran = $2\pi r$

dan jika n adalah putaran tiap detik maka jarak tempuh per detik:

Jarak per detik = $2\pi n$

Maka kerja yang dilakukan per detik menjadi:

Kerja = $2\pi rnF$

= $2\pi n \times Fr$

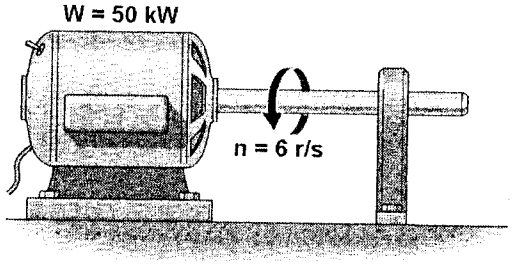
Karena torsi T adalah Fr dan kerja yang dilakukan per detik adalah daya (W), maka:

$$\text{Daya} = W = 2\pi nT \quad \text{..... (7.7)}$$

dengan W: daya (watts, kW)
T : torsi (N·m)
n : putaran per detik (r/s)

CONTOH SOAL 7.6

Poros baja pejal AISI 1020 digunakan untuk mentransmisikan daya sebesar 50 kW dengan putaran poros akan 6 put/det (lihat Gambar 7.11). Tegangan geser ijin adalah 67 MPa dan sudut putar ijin (tiap meter panjang poros) tidak boleh melebihi 0,065 radian. Tentukan diameter poros yang diperlukan.



Gambar 7.11 Transmsi Daya oleh Poros

PENYELESAIAN

Menentukan diameter poros yang diperlukan berdasarkan tegangan geser dan sudut putar poros. Pertama, menghitung besar torsi yang ditransmisikan.

$$T = \frac{W}{2\pi n} = \frac{50\times10^3}{2\pi(6)} = 1.326{,}3 \cdot N \cdot m$$

Menentukan diameter poros yang diperlukan berdasarkan tegangan geser ijin, menggunakan persamaan (7.4):

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi s_{s(all)}}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot(1.326{,}3\cdot N\cdot m)}{\pi\cdot\left(67\times10^6\cdot N/m^2\right)}} = 0{,}0465\cdot m$$

= 46,5 mm

Berdasarkan sudut putar ijin, dari persamaan. (7.6):

$$\theta = \frac{TL}{JG} = \frac{TL}{\left(\pi d^4/32\right)\cdot G}$$

sehingga,

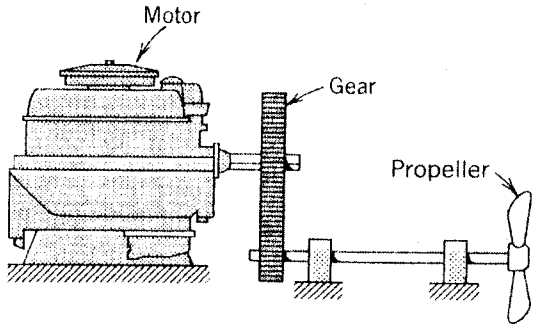
$$d = \sqrt[4]{\frac{32TL}{\pi\theta G}} = \sqrt[4]{\frac{32\cdot(1.326{,}3\cdot N\cdot m)\cdot(1\cdot m)}{\pi\cdot(0{,}065)\cdot\left(77\times10^9\cdot N/m^2\right)}} = 0{,}04053\cdot m$$

= 40,5 mm

Sehingga diameter yang diperlukan adalah 46,5 mm.

CONTOH SOAL 7.6

Sebuah mesin diesel kecil untuk perahu beroperasi pada 200 rpm dan mentransmisikan daya 800 hp melalui gearbox dengan perbandingan 4:1 ke poros propeller sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 7.12. Baik poros dari mesin ke gearbox maupun propeller adalah pejal dan terbuat dari baja AISI 1020. Tentukan diameter minimum yang diperlukan untuk dua poros jika tegangan geser ijin adalah 67 MPa dan sudut putar ijin (tiap meter panjang poros) tidak boleh melebihi 4^0. Abaikan kehilangan daya di dalam gearbox dan anggap (walaupun tidak benar karena *thrust stresses*) bahwa poros propeller hanya dikenai torsi.



Gambar 7.12 Transmisi Daya ke Propeller

PENYELESAIAN

Torsi yang ditransmisikan poros engkol mesin:

$$T_1 = \frac{W}{2\pi n} = \frac{800\cdot746\cdot(60)}{2\pi(200)} = 28.495\cdot N\cdot m$$

Karena kecepatan poros propeller empat kali poros engkol (*crankshaft*), maka torsi poros propeller adalah:

$$T_2 = \frac{1}{4}T_1 = \frac{1}{4}(28495) = 7.124\cdot N\cdot m$$

(a) Menentukan diameter poros dari mesin ke *gearbox* adalah:

$$d_m = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi s_{s(all)}}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot(28.495\cdot N\cdot m)}{\pi\cdot\left(67\times10^6\cdot N/m^2\right)}} = 0{,}12939\cdot m$$

Jadi diameter poros mesin minimum yang diperlukan adalah 129,4 mm.

(b) Menentukan diameter poros propeller berdasarkan tegangan geser ijin, menggunakan persamaan (7.4):

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi s_{s(all)}}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot(7.124\cdot N\cdot m)}{\pi\cdot\left(67\times10^6\cdot N/m^2\right)}} = 0{,}08151\cdot m$$

81,51 mm

Berdasarkan sudut putar ijin, dari persamaan (7.6):

$$\theta = \frac{TL}{JG} = \frac{TL}{\left(\pi d^4/32\right)\cdot G}$$

sehingga,

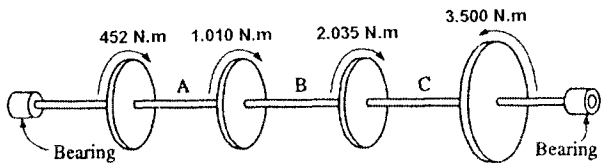
$$d = \sqrt[4]{\frac{32TL}{\pi\theta G}} = \sqrt[4]{\frac{32\cdot(7.124\cdot N\cdot m)\cdot(1\cdot m)}{\pi\cdot\left(\frac{4}{57{,}3}\right)\cdot\left(77\times10^9\cdot N/m^2\right)}} = 0{,}06062\cdot m$$

$$= 60{,}62 \text{ mm}$$

Jadi, diameter poros propeller minimum yang diperlukan adalah 81.51 mm.

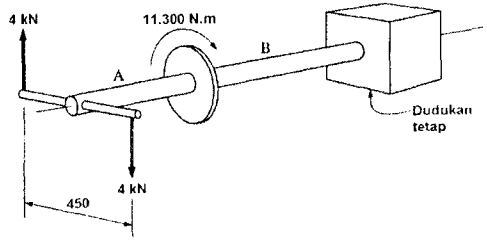
LATIHAN SOAL

1. Tentukan torsi internal pada poros A, B, dan C pada Gambar 7.13. Tunjukkan diagram benda bebas.



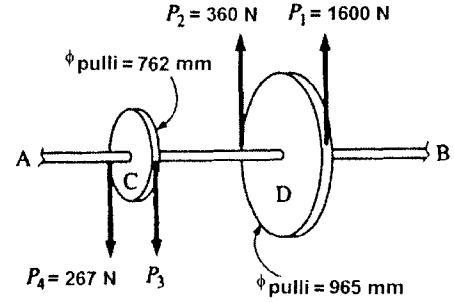
Gambar 7.13 Soal No. 1

2. Tentukan torsi internal pada poros A dan B pada Gambar 7.14. Tunjukkan diagram benda bebas. Anggap poros tetap (fixed) terhadap putaran pada dudukan tetap.



Gambar 7.14 Soal No. 2

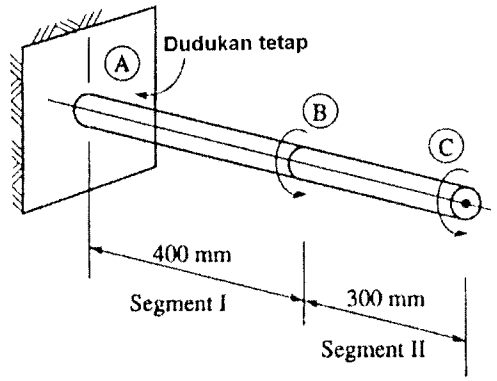
3. Pulli C dan D ditempatkan pada poros AB (lihat Gambar 7.15). Poros disangga oleh bearing pada tiap ujung. Poros berputar pada kecepatan sama dengan pulli D sebagai pulli penggerak. Diameter poros adalah 65 mm. Hitung (a) tarikan belt P_3 dan (b) tegangan geser maksimum poros.



Gambar 7.15 Soal No. 3

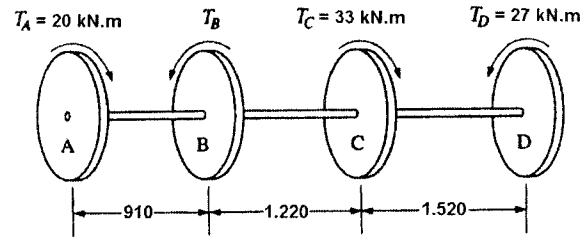
4. Torsi sebesar 30 kN·m ditransmisikan oleh poros pejal. Hitung diameter poros jika tegangan geser tidak boleh melebihi 80 MN/m^2 (atau 80 N/m^2).
5. Hitung diameter luar dari sebuah poros bolong (*hollow shaft*) yang diperlukan untuk mentransmisikan torsi 30 kN·m jika tegangan tidak boleh melebihi 80 MN/m^2 dan diameter luar poros adalah dua kali diameter dalam.
6. Hitung tegangan geser maksimum yang dihasilkan oleh baut berdiameter 6 mm jika dikerasi oleh spanner dengan torsi 7 N·m.
7. Hitung daya yang dapat ditransmisikan oleh poros baja pejal dengan diameter 100 mm berputar 5 put/det jika tegangan geser tidak boleh melebihi 70 MN/m^2.
8. Poros baja sebuah mobil adalah pipa bolong (*hollow tube*) dengan diameter luar 50 mm dan diameter dalam 47 mm. Berapa tegangan geser jika poros mentransmisikan daya 70 kW pada putaran 80 put/det.

9. Poros pejal berdiameter 65 mm pada Gambar 7.16 dikenakan torsi sebesar 600 N·m dan 1400 N·m pada titik B dan C. Tentukan tegangan geser maksimum pada poros.



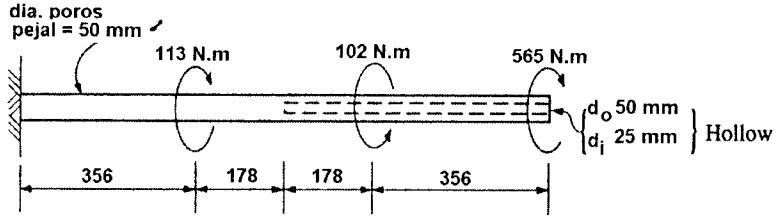
Gambar 7.16 Soal No. 9

10. Hitung torsi ijin untuk poros baja bolong. Diameter dalam adalah 40 mm dan diameter luar adalah 85 mm. Tegangan geser ijin adalah 65 MPa.
11. Sebuah poros pejal berdiameter 25 mm dengan tegangan geser ijin 60 MPa berputar dengan kecepatan 15 put/det. Tentukan daya maksimum yang dapat ditransmisikan oleh poros.
12. Hitung daya maksimum yang dapat ditransmisikan oleh poros baja pejal berdiameter 60 mm yang beroperasi pada 300 rpm. Tegangan geser ijin poros adalah 65 MPa.
13. Poros pejal berdiameter 32 mm mentransmisikan 100 kW daya pada kecepatan 28 put/det. Tentukan tegangan geser maksimum poros.
14. Hitung tegangan geser maksimum poros baja bolong pada Gambar 7.17. Poros mempunyai diameter luar 100 mm dan diameter dalam 50 mm.



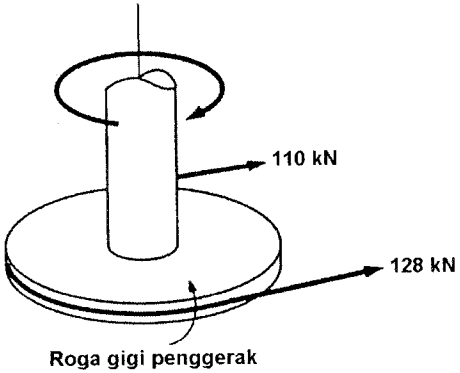
Gambar 7.17 Soal No. 14

15. Hitung tegangan maksimum pada poros baja berpenampang lingkaran pada Gambar 7.18 jika poros dikenai torsi sebagaimana ditunjukkan pada gambar. Poros adalah pejal berdiameter 50 mm pada panjang 534 mm dan bolong dengan diameter luar 50 mm dan diameter dalam 25 mm pada 534 mm sisa panjang poros.



Gambar 7.18 Soal No. 15

16. Hitung (a) tegangan geser maksimum yang dapat dihasilkan poros baja pejal berdiameter 150 mm yang mentransmisikan daya 600 hp pada kecepatan 80 rpm dan (b) tegangan geser jika kecepatan dinaikkan menjadi 300 rpm.
17. Berapa daya kuda (*horsepower*) yang dapat ditransmisikan poros baja pejal berdiameter 150 mm pada kecepatan 160 rpm jika tegangan geser ijin adalah 34 MPa.
18. Sebuah ski lift mempunyai kabel utama roda penggerak berdiameter 3300 mm. Kecepatan kabel adalah 150 m/min. Tegangan kabel pada satu sisi adalah 110 kN dan 128 kN pada sisi yang lain (lihat Gambar 7.19). Hitung horsepower yang diperlukan untuk memutar roda penggerak utama kabel.

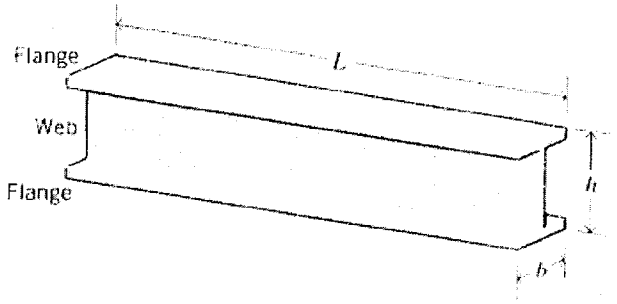


Gambar 7.19 Soal No. 18

BAB 8
GESER DAN BENDING PADA BALOK

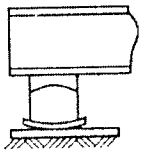
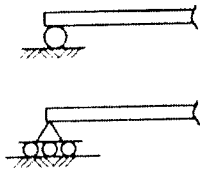
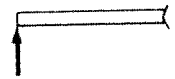
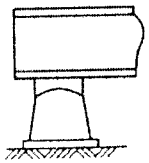
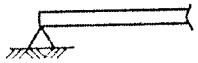
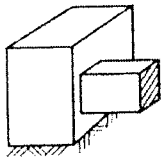
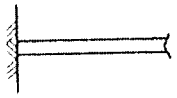
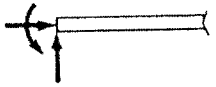
8.1 JENIS DAN TUMPUAN BALOK

Balok (*beams*) sejauh ini merupakan bahan struktur yang sangat luas penerapannya di bidang keteknikan. Balok merupakan elemen struktur yang panjang dan ramping (*slender*), antara lain digunakan untuk elemen struktur (*truss*), frame pendukung body pesawat terbang, mobil, bangunan, dan lain-lain. Gambar 8.1 menunjukkan penamaan dari contoh sebuah balok, yaitu: L adalah panjang, b adalah lebar, dan h adalah tinggi.



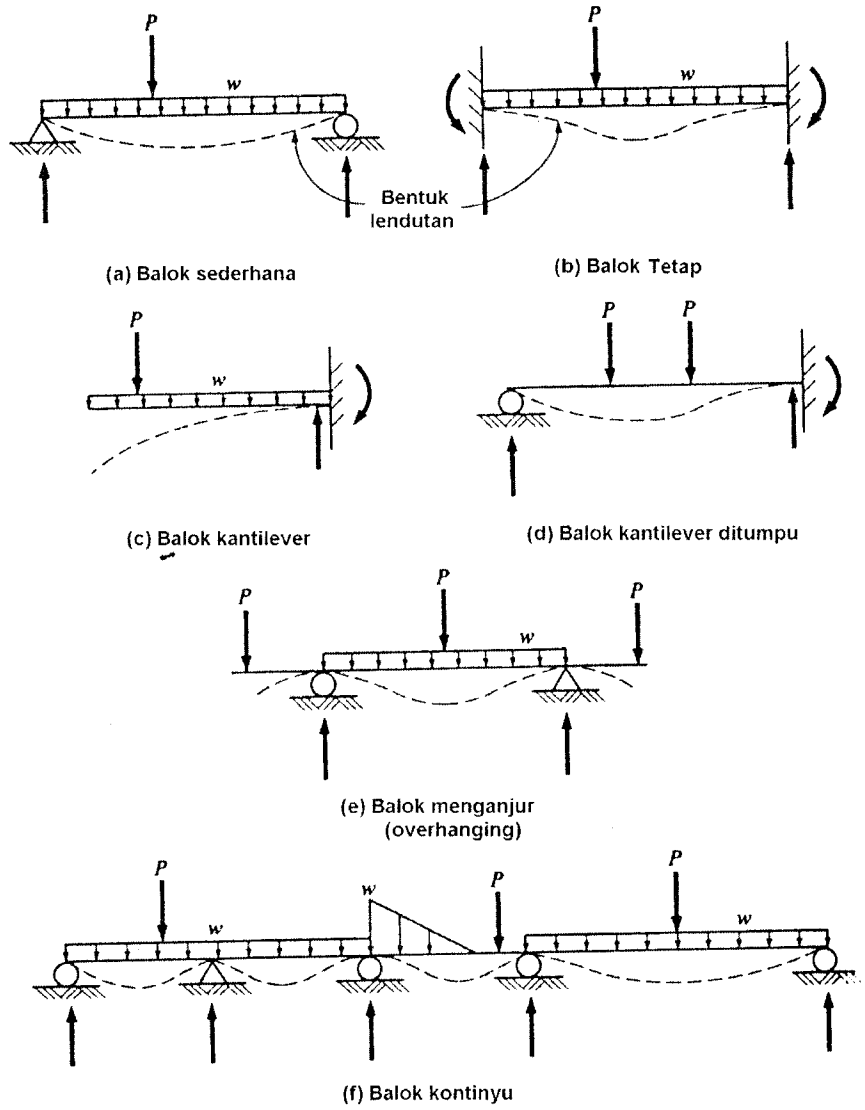
Gambar 8.1 Balok: *Wide Flange*

Balok umumnya berorientasi mendatar atau hampir pada posisi mendatar, meskipun ada yang vertikal atau miring. Pada bab ini kita akan berkonsentrasi pada balok mendatar lurus yang dikenai beban yang dapat mengakibatkan lentur (*bending*).

Jenis	Kondisi sesungguhnya	Penggambaran grafis	Reaksi
Roller (a)			
Pin (b)			
Tetap (c)			

Gambar 8.2 Tumpuan Balok dan Reaksi

Ada beberapa jenis tumpuan balok yang akan kita bahas. Tumpuan roller (Gambar 8.2a) memberikan reaksi tegak-lurus terhadap permukaan kontak. Tumpuan ini memberikan ruang untuk pergerakan horizontal dan putaran (*rotational*), tanpa ada pergerakan ke arah vertikal. Tumpuan pin (Gambar 8.2b) memberikan dua reaksi, yaitu reaksi vertikal dan horizontal. Tumpuan pin memberikan ruang untuk gerak berputar tanpa ada pergerakan horizontal atau vertikal. Tumpuan roller dan pin disebut juga tumpuan sederhana (*simple supports*). Tumpuan tetap (Gambar 8.2c) memberikan reaksi vertikal, horizontal, dan momen sehingga tidak memberi ruang untuk gerak vertikal, horizontal, dan momen.



Gambar 8.3 Jenis-jenis Balok

Balok juga dapat dikelompokkan menurut jenis atau jumlah tumpuan. Sebuah balok ditumpu pada ujung-ujungnya dengan tumpuan sederhana dan digunakan untuk menyangga beban disebut balok sederhana (*simple*

beam). Balok tetap (*fixed beam*) ditumpu oleh dua tumpuan tetap yang tidak memberi ruang terjadinya translasi atau rotasi akibat beban yang bekerja. Sebuah balok dengan tumpuan tetap pada satu ujung dengan tidak ada tumpuan pada ujung yang lain, disebut balok kantilever. Jika balok dengan tumpuan tetap pada satu ujung dan ada tumpuan pada ujung yang lain, disebut balok kantilever ditumpu (*propped cantilever beam*). Suatu balok dengan satu atau dua tumpuan sederhana yang ditempatkan tidak pada ujung-ujung balok disebut balok menganjur (*overhanging beam*). Jika balok ditumpu tiga atau lebih tumpuan maka disebut balok kontinu (*continuous beam*).

Balok sederhana, balok kantilever dan balok menganjur dikategorikan sebagai statis tertentu (*statically determinate*) karena reaksi yang terjadi dapat ditentukan menggunakan tiga hukum dasar kesetimbangan: $\sum F_y = 0$, $\sum F_x = 0$ dan $\sum M = 0$. Sedangkan balok tetap, balok kantilever ditumpu dan balok kontinu dikategorikan sebagai statis tidak tentu (*statically indeterminate*) karena reaksinya tidak dapat ditentukan dengan tiga hukum kesetimbangan saja tetapi harus melibatkan pengaruh lendutan balok.

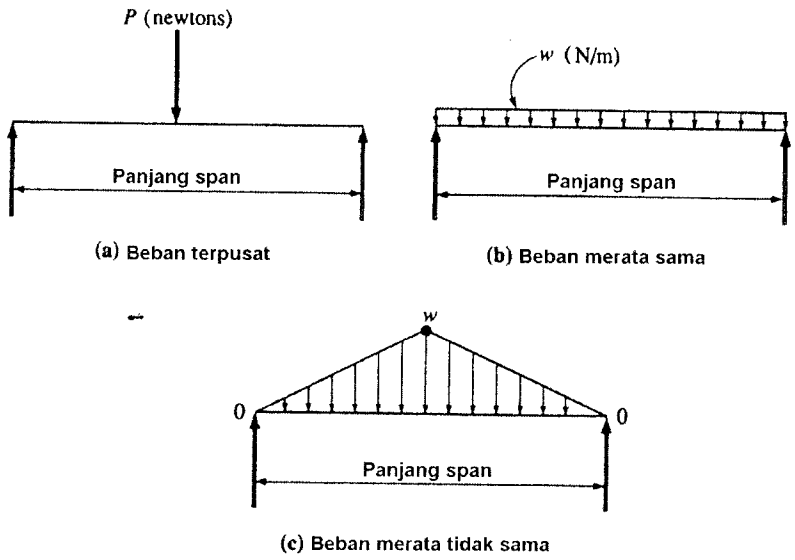
8.2 JENIS PEMBEBANAN PADA BALOK

Beban pada balok dapat dibedakan sebagai beban terpusat (*concentrated load*) dan beban merata (*distributed load*).

Sebuah beban terpusat adalah beban yang bekerja pada jarak yang sangat kecil sehingga dapat dianggap bekerja pada titik seperti pada Gambar 8.4a. Sebaliknya beban merata bekerja di sepanjang balok tertentu. Beban bisa terbagi merata di atas seluruh panjang, seperti pada Gambar 8.4b., atau di atas sebagian panjang, seperti tampak pada Gambar 8.4c.

Pada beban merata yang bervariasi atau beban segitiga, intensitas pembebanan bertambah atau berkurang dengan laju tetap. Kondisi ini bisa timbul, misalnya akibat tekanan air yang bekerja pada permukaan bendungan atau tumpukan pasir. Diagram untuk jenis pembebanan, intensitas beban merata maksimum adalah w pada bagian tengah (*midspan*) dan menurun ke nol pada tumpuan.

Pada penerapan desain struktural (jembatan, bangunan, dsb), beban dibedakan menjadi beban mati (*dead load*) dan beban hidup (*live load*). Beban mati adalah beban statis yang dihasilkan gaya vertikal karena gravitasi, termasuk berat kerangka struktural dan semua material yang secara permanen ditempatkan pada struktur serta tumpuan yang menopang struktur.



Gambar 8.4 Jenis-jenis Pembebanan

Beban hidup dapat didefinisikan sebagai semua beban yang bukan beban mati. Contoh beban hidup adalah kendaraan, orang, tumpukan material, salju, angin, tekanan fluida, gempa bumi, benturan dan ledakan senjata. Beberapa dari beban ini bisa jadi vertikal, sebagian lagi lateral.

Beban yang umumnya terjadi sebagai kombinasi beban mati dan beban hidup harus dihitung dalam desain kerangka struktural. Beban hidup pada struktural standar umumnya dinyatakan dengan "kode aplikasi bangunan" (*applicable building code*) yang tergantung lokasi geografis.

8.3 GAYA GESER DAN MOMEN BENDING

Kita akan mempelajari pengaruh internal akibat beban eksternal yang bekerja pada balok. Jika sebuah balok dikenai beban luar dan mengakibatkan reaksi, maka akan terjadi bending dan tegangan dalam. Tegangan ini disebut tegangan geser dan tegangan bending.

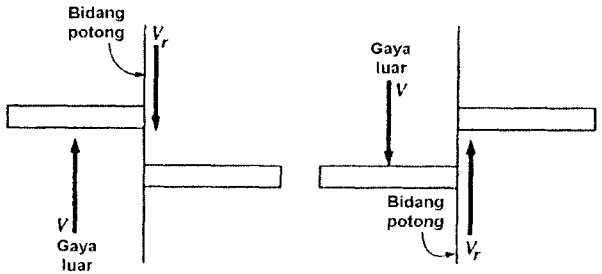
Metode yang digunakan untuk menentukan gaya geser dan momen bending dengan memerhatikan kondisi kesetimbangan. Reaksi yang timbul akibat gaya eksternal pertama harus dihitung. Kita ingat jika sebuah balok dalam kesetimbangan, setiap bagian (segmen) balok haruslah dalam kesetimbangan juga.

Tegangan yang terjadi pada balok bervarisasi sepanjang balok. Langkah awal dalam menghitung tegangan yang terjadi adalah membuat diagram gaya geser dan momen bending, $V(x)$ and $M(x)$, dan menggambarnya (plot) sepanjang L m balok.

Gaya geser merupakan jumlah dari komponen tegak dari beban luar yang bekerja pada penampang sebuah benda. Definisi gaya geser ini bisa dinyatakan secara matematis yaitu:

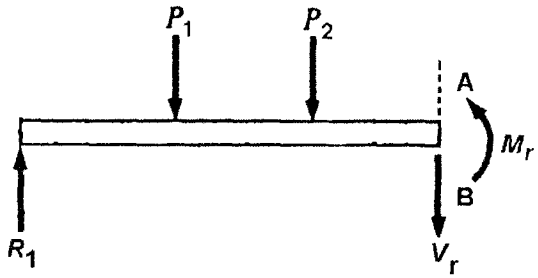
$$V_{(x)} = \left(\sum Y\right) \quad \text{..... (8.1)}$$

Tahanan geser V_r yang ditimbulkan oleh segmen balok selalu sama tetapi arahnya berlawanan dengan gaya geser V. Ketika menghitung V, gaya atau beban yang bekerja ke atas dianggap positif. Hukum tanda ini menghasilkan pengaruh seperti terlihat pada Gambar 8.5.



Gambar 8.5 Tanda Gaya Geser

Untuk kesetimbangan diagram benda bebas, jumlah momen juga harus setimbang. Karena R_1 dan V_r sama, menghasilkan kopel M yang sama dengan $R_1 x$ dan disebut momen bending dan segmen penampang menimbulkan momen tahanan M_r (lihat Gambar 8.5).

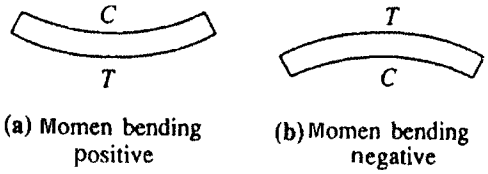


Gambar 8.6 Definisi Momen Bending

Momen bending didefinisikan sebagai jumlah momen semua gaya yang bekerja terhadap penampang balok dan dinyatakan secara matematis sebagai:

$$M_{(x)} = \left(\sum M\right) \quad \text{..... (8.2)}$$

Dengan mengacu Gambar 8.5, konvensi tanda momen bending adalah momen bending positif apabila momen menghasilkan lenturan balok cekung ke atas. Begitu pula sebaliknya, seperti Gambar 8.6. Kita memilih pemakaian konvensi ekuivalen yang menyatakan bahwa gaya luar yang bekerja ke atas menghasilkan momen bending positif terhadap setiap segmen, sementara gaya ke bawah menghasilkan momen bending negatif.



Gambar 8.7 Tanda Momen Bending

8.4 DIAGRAM GAYA GESER DAN MOMEN BENDING

Dalam mendesain dan menganalisis balok sangatlah penting untuk menghitung nilai-nilai maksimum dari gaya geser dan momen bending. Ini juga penting untuk menentukan variasi gaya geser dan momen bending sepanjang L balok. Hal ini dilakukan dengan menggunakan sistem grafis yang disebut diagram gaya geser dan diagram momen bending.

Diagram gaya geser biasanya digambar secara langsung dari sketsa diagram beban. Diagram balok dan diagram beban dikombinasikan dengan superposisi tumpuan dan reaksi. Garis utama (*baseline*) gaya geser menunjukkan gaya geser nol digambar sejajar balok. Absis x sepanjang garis utama menunjukkan lokasi potongan beban pada balok. Ordinat y menunjukkan nilai gaya geser pada diagram gaya geser.

Diagram momen bending umumnya digambar di bawah diagram gaya geser. Garis utama momen menunjukkan momen bending nol, digambar sejajar garis utama gaya geser. Sebagaimana gaya geser, absis x dan ordinat y menunjukkan lokasi potongan momen pada balok dan nilai momen pada diagram.

Berikut adalah hal-hal penting berkenaan diagram momen bending:

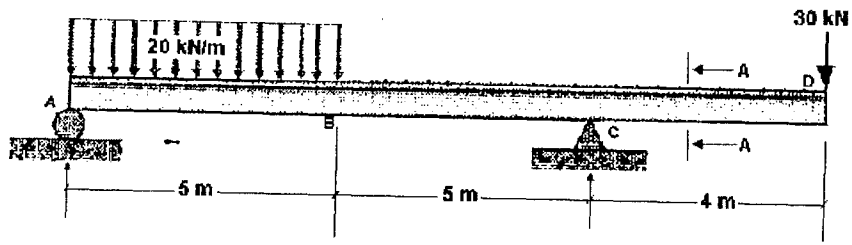
1. Momen bending pada ujung-ujung tumpuan sederhana akan selalu berharga nol
2. Dengan beban beraksi vertikal ke bawah, momen bending pada ujung bebas balok kantilever selalu berharga nol dan momen bending maksimum terjadi pada ujung tetap. Gaya geser juga berharga maksimum pada ujung tetap.
3. Momen bending selalu positif pada balok tumpuan sederhana dan negatif pada balok kantilever, dengan asumsi semua beban vertikal ke bawah.
4. Kecuali balok kantilever, momen bending maksimum selalu terjadi pada titik dengan gaya geser nol atau diagram gaya geser melalui nilai nol.

Konstruksi diagram gaya geser dan momen bending akan dimengerti dengan baik melalui serangkaian contoh di bawah ini. Penyelesaian

menggunakan program MathCAD, sebuah program yang bersifat *user friendly*, mudah pemanfaatannya. Diharapkan pembaca dapat menerapkan teori yang didapat (*learning by doing*) dengan contoh soal yang dapat dikerjakan sendiri di laboratorium komputer maupun di rumah asalkan memiliki PC.

CONTOH SOAL 8.1

Tulislah persamaan geser dan momen bending sebuah balok yang dibebani seperti diperlihatkan pada Gambar 8.8. Buatlah diagram gaya geser dan momen bending.



Gambar 8.8 Konstruksi Balok Contoh 8.1

PENYELESAIAN

1. Dimulai dengan menentukan reaksi di titik A dan C:

   Dengan menggunakan $\sum M_A = 0$ maka diperoleh:

$$Rc: = \frac{\left(20 . 10^3 . \frac{N}{m} . 5 . m . 2{,}5 . m\right) + \left(30 . 10^3 . N . 14 . m\right)}{10 . m}$$

$$Rc = 6.7 \text{ X } 10^4 N$$

   Dengan menggunakan $\sum M_C = 0$ maka diperoleh:

$$Ra: = \frac{\left(20 . 10^3 . \frac{N}{m} . 5 . m . 7{,}5 . m\right) - \left(30 . 10^3 . N . 4 . m\right)}{10 . m}$$

$$Ra = 6.3 \text{ X } 10^4 N$$

2. Persamaan gaya geser dan momen bending pada penampang balok:

   Persamaan gaya geser:

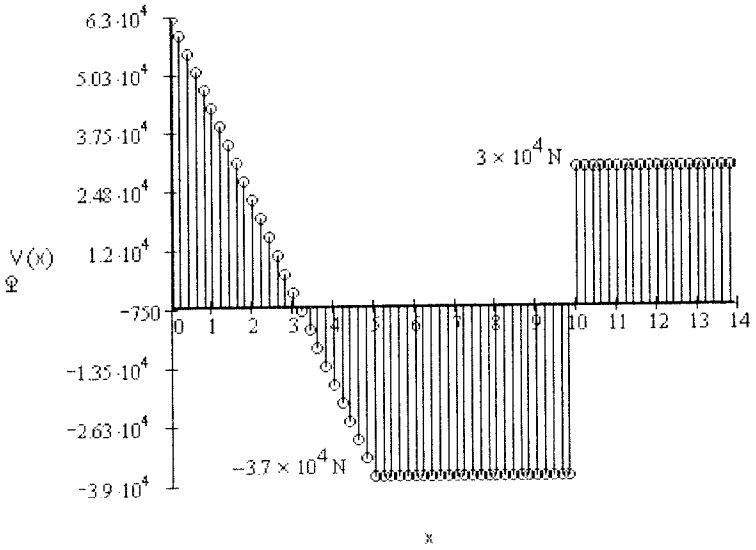
$$x := 0, 0.2 .. 14$$

$$V(x) := \begin{cases} V \leftarrow Ra - 20 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x & \text{if } 0 \le x \le 5 \\ V \leftarrow Ra - 100 \cdot 10^3 \cdot N & \text{if } 5 < x \le 10 \\ V \leftarrow Ra - 100 \cdot 10^3 \cdot N + 67 \cdot 10^3 \cdot N & \text{if } 10 \le x \le 14 \end{cases}$$

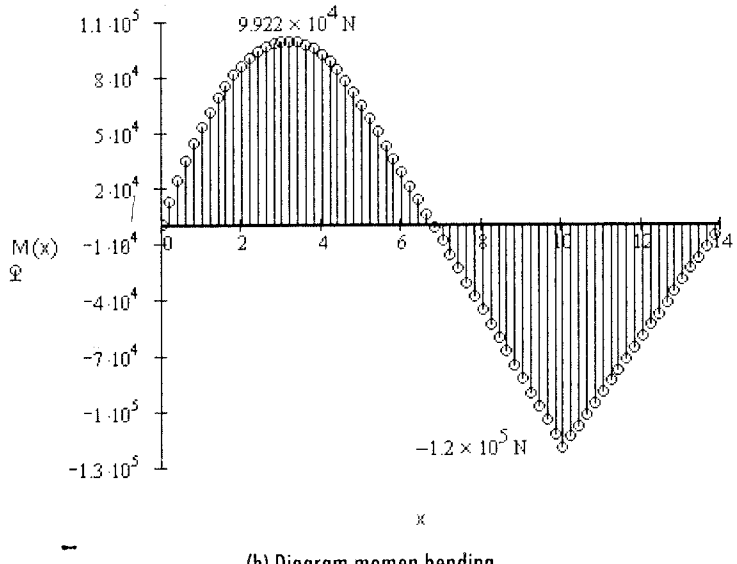
   Persamaan momen bending:

$$M(x) := \begin{cases} M \leftarrow Ra \cdot x - 10 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x^2 & \text{if } 0 \le x \le 5 \\ M \leftarrow -37 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x + 250 \cdot 10^3 \cdot N & \text{if } 5 < x \le 10 \\ M \leftarrow 30 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x - 420 \cdot 10^3 \cdot N & \text{if } 10 < x \le 14 \end{cases}$$

3. Diagram gaya geser dan momen bending ditunjukkan pada Gambar 8.9 di bawah ini.



(a) Diagram gaya geser

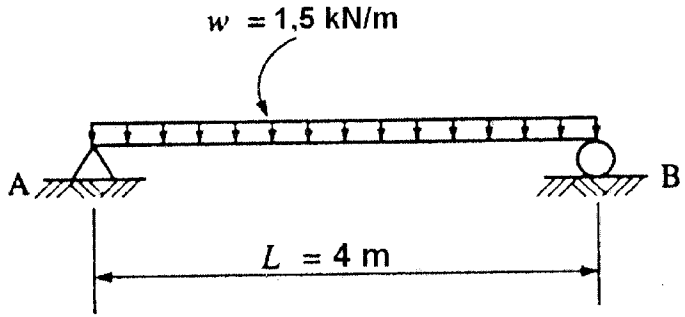


(b) Diagram momen bending

Gambar 8.9 Diagram Gaya Geser dan Momen Bending Contoh 8.1

CONTOH SOAL 8.2

Buatlah diagram gaya geser dan momen bending sebuah balok yang dibebani seperti terlihat pada Gambar 8.10 di bawah ini.



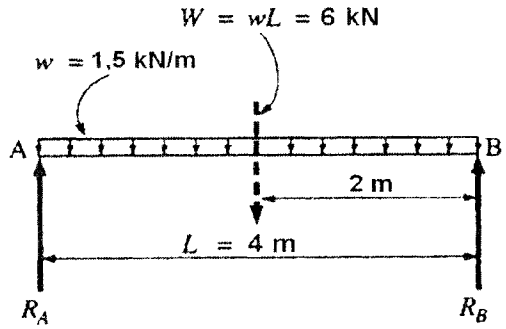
Gambar 8.10 Pembebanan Balok Contoh 8.2

PENYELESAIAN

Beban total W:

$$W := 1.5 \cdot 10^3 \cdot \frac{N}{m} \cdot 4 \cdot m$$

$$W = 6 \times 10^3 N$$



Gambar 8.11 Diagram Benda Bebas Contoh 8.2

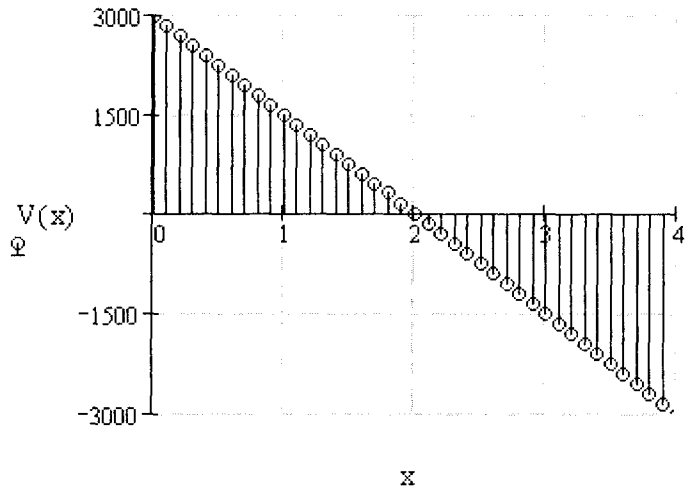
Karena beban uniform maka dari simetri reaksi masing-masing adalah 3 kN. Gaya geser (V_x) pada bagian ini adalah jumlah aljabar dari gaya-gaya, yaitu gaya reaksi 3 kN dan beban distribusi 1,5 kN/m. Dengan demikian, persamaan gaya geser (V_x) dan momen bending (M_x) adalah:

$$X := 0, 0.1 .. 4$$

$$V(x) := 3000 - 1500 \cdot X \cdot N$$

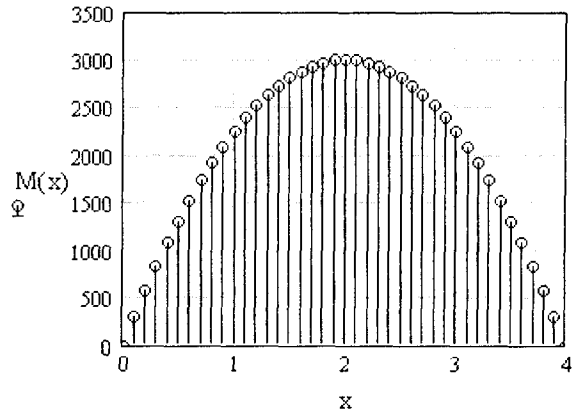
$$M(x) := 3000 \cdot x - 1500 \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2}\right)$$

Diagram gaya geser dan momen bending sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 8.12 di bawah ini.



(a) Diagram gaya geser

Untuk beban merata, pada panjang setengah balok (*midspan*), gaya geser adalah nol sehingga momen bending maksimum pada titik ini. Kita melihat bahwa hasil untuk diagram momen bending adalah cembung.

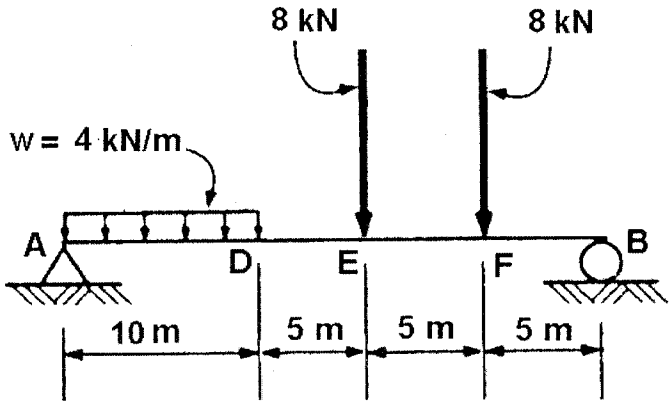


(b) Diagram momen bending

Gambar 8.12 Diagram Geser dan Momen Contoh 8.2

CONTOH SOAL 8.3

Tulislah persamaan geser dan momen bending sebuah balok yang dibebani seperti diperlihatkan pada Gambar 8.13. Buatlah diagram gaya geser dan momen bending.



Gambar 8.13 Pembebanan Balok Contoh 8.3

PENYELESAIAN

1. Dimulai dengan menentukan reaksi di titik A dan B:

   Dengan menggunakan $\sum M_B = 0$ maka diperoleh:

$$R_A := \frac{\left(10^4 \cdot \frac{N}{m} \cdot 4 \cdot m \cdot 20 \cdot m\right) + \left(8 \cdot 10^3 \cdot N \cdot 5 \cdot m\right) + \left(8 \cdot 10^3 \cdot N \cdot 10 \cdot m\right)}{25 \cdot m}$$

$$R_A = 3.68 \times 10^4\,N$$

   Dengan menggunakan $\sum M_A = 0$ maka diperoleh:

$$R_B := \frac{\left(10^4 \cdot \frac{N}{m} \cdot 4 \cdot m \cdot 5 \cdot m\right) + \left(8 \cdot 10^3 \cdot N \cdot 15 \cdot m\right) + \left(8 \cdot 10^3 \cdot N \cdot 20 \cdot m\right)}{25 \cdot m}$$

$$R_B = 1.92 \times 10^4\,N$$

2. Persamaan gaya geser dan momen bending pada penampang balok

   Persamaan gaya geser:

   $X := 0, 0.5 .. 25$

$$V(x) := \begin{cases} V \leftarrow R_A - 4 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x & \text{if } 0 \le x \le 10 \\ V \leftarrow R_A - 40 \cdot 10^3 \cdot N & \text{if } 10 \le x \le 15 \\ V \leftarrow R_A - \left[\left(40 \cdot 10^3 \cdot N\right) + 8 \cdot 10^3 \cdot N\right] & \text{if } 15 \le x \le 20 \\ V \leftarrow R_A - \left[\left(40 \cdot 10^3 \cdot N\right) + 8 \cdot 10^3 \cdot N + 8 \cdot 10^3 \cdot N\right] & \text{if } 20 \le x \le 25 \end{cases}$$

   Persamaan momen bending diperoleh dari integrasi gaya geser V(x), yaitu:

$$M_{AD} = 36{,}8 \times 10^3\,x - \left(4 \times 10^3 \cdot x\right)\frac{x}{2} = 36{,}8 \times 10^3\,x - 2 \times 10^3\,x^2$$

$$M_{DE} = 36{,}8 \times 10^3\,x - 40 \times 10^3\,x + 200 \times 10^3 = 200 \times 10^3\,x - 3{,}2 \times 10^3\,x$$

$$M_{EF} = 36{,}8 \times 10^3\,x - 40 \times 10^3\,(x - 5) - 8 \times 10^3\,(x - 15)$$

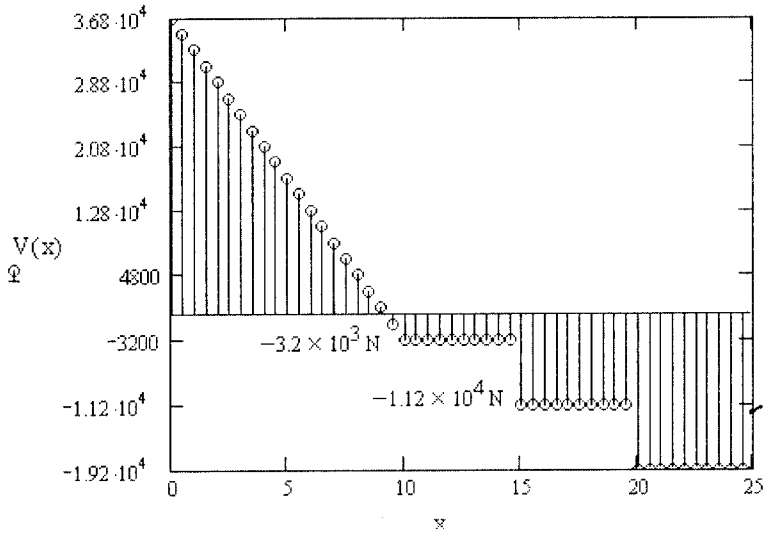
$$= 320 \times 10^3 - 11{,}2 \times 10^3\,x$$

$$M_{FB} = 36{,}8 \times 10^3\,x - 40 \times 10^3\,(x - 5) - 8 \times 10^3\,(x - 15) - 8 \times 10^3\,(x - 20)$$

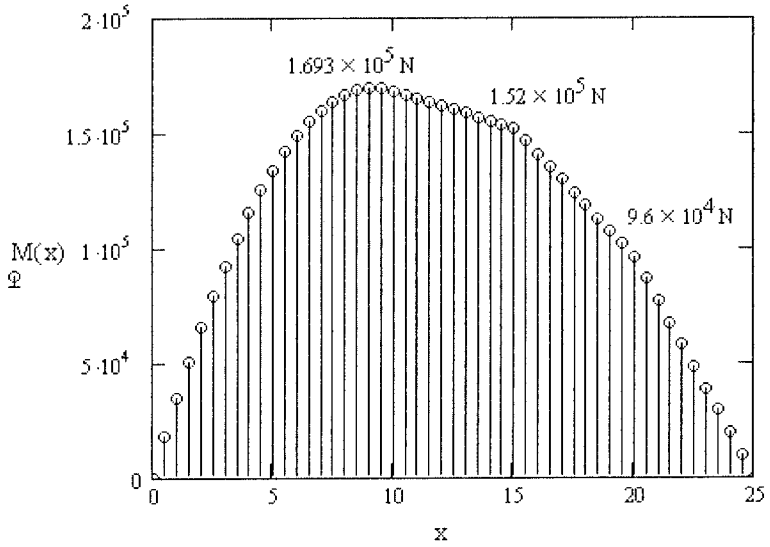
$$= 480 \times 10^3 - 19{,}2 \times 10^3\,x$$

   Persamaan momen bending:

$$M(x) := \begin{cases} M \leftarrow 36.8 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x - 2 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x^2 & \text{if } 0 \le x \le 10 \\ M \leftarrow 200 \cdot 10^3 \cdot N - 3.2 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x & \text{if } 10 \le x \le 15 \\ M \leftarrow \left(320 \cdot 10^3 \cdot N\right) - 11.2 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x & \text{if } 15 \le x \le 20 \\ M \leftarrow \left(480 \cdot 10^3 \cdot N\right) - 19.2 \cdot 10^3 \cdot N \cdot x & \text{if } 20 \le x \le 25 \end{cases}$$



(a) Diagram gaya geser

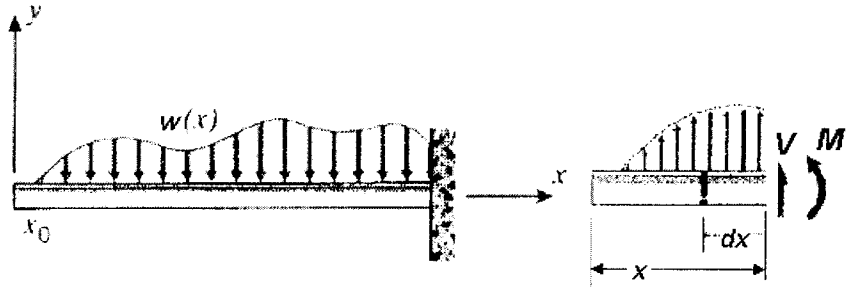


(b) Diagram momen bending

Gambar 8.14 Diagram Geser dan Momen Contoh 8.3

8.5 HUBUNGAN ANTARA BEBAN, GAYA GESER DAN MOMEN BENDING

Pada bagian ini kita akan mempelajari hubungan antara beban, gaya geser dan momen bending pada sebuah balok. Hubungan ini memberikan metode untuk membuat diagram gaya geser dan momen bending tanpa menulis persamaan gaya geser dan momen bending.



(a) (b)

Gambar 8.15 Balok Kantilever dan Diagram Benda Bebas

Kita mulai dengan meninjau balok pada Gambar 8.14a yang dianggap menyangga beban terdistribusi merata bekerja pada balok kantilever. Beban merata ini dinyatakan dengan $w(x)\ dx$ sehingga gaya geser $V(x)$ yang merupakan reaksi atas beban dan kesetimbangan momen dinyatakan dengan:

$$V(x) = -\int_{x_0}^{x} w(x) \cdot dx \quad \text{..... (8.1)}$$

$$M(x) = \int_{x_0}^{x} w(x)x \cdot dx \quad \text{..... (8.2)}$$

Hubungan antara gaya geser dan momen bending dapat dijelaskan dengan *successive integration method*. Gaya geser dan momen bending berubah $V + dV$ dan $M + dM$ sepanjang dx. Distribusi beban $w(x)$ dapat dianggap konstan pada rentang kecil ini sehingga kesetimbangan gaya diperoleh:

$$\sum F_y = 0 = V + dV + wdx - V$$

$$\frac{dV}{dx} = w \quad \text{..... (8.3)}$$

atau

$$V(x) = \int w(x)\,dx \quad \text{..... (8.4)}$$

kesetimbangan momen diperoleh:

$$\sum M_0 = (M + dM) + (V + dV)\frac{dx}{2} + V\frac{dx}{2} - M$$

$$\frac{dM}{dx} = V \quad \text{..... (8.5)}$$

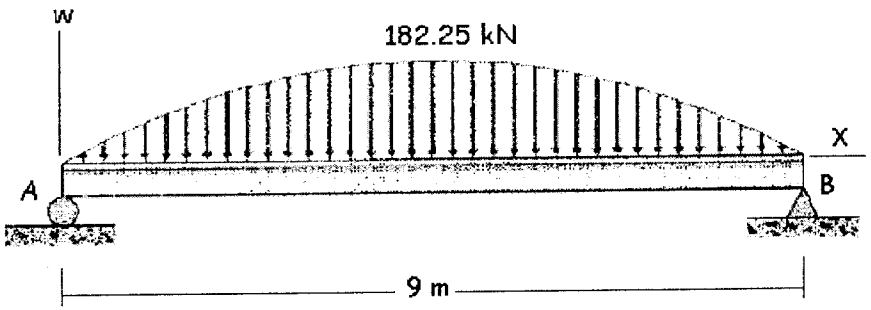
atau

$$M(x) = \int V(x)dx \quad \text{..... (8.6)}$$

CONTOH SOAL 8.4

Sebuah balok digunakan untuk menyangga beban yang diukur dengan *load cell* mengikuti persamaan parabolik $-9x^2 + 81x = 0$ dengan beban maksimum pada *midspan* = 182,25 kN (± 18,6 ton).

Tentukan: Persamaan dan diagram gaya geser serta momen bending.



Gambar 8.16 Pembebanan Balok Contoh 8.4

PENYELESAIAN

Persamaan beban mengikuti persamaan parabolik

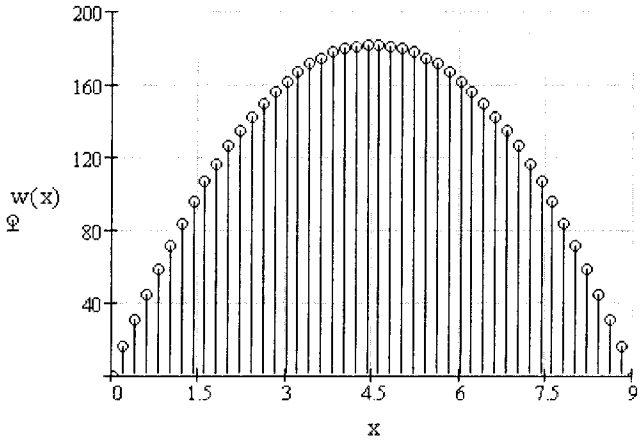
$$X := 0, 0.2..9$$

$$W(X) := -9 \cdot X^2 + 81 \cdot X$$

Berat beban pada midspan:

$$W(4.5) := 182.25$$

Luas daerah w(x) adalah bidang datar yang dibatasi oleh grafik parabolik $y = -9x^2 + 81x = 0$ dan sumbu x pada $x_0 = 0$ dan $x_1 = 9$, (lihat Gambar 8.16):



Gambar 8.17 Diagram Beban Contoh 8.4

Maka luas daerah (A) adalah:

$$A := \int_0^9 w(x)\,dx \qquad A = 1.093 \times 10^3$$

Maka reaksi tumpuan di titik A (R_A) adalah:

$$R_A := \frac{A}{2} \qquad R_A = 546.75$$

Sehingga persamaan gaya geser (persamaan 8.4) dan momen bending (persamaan 8.6) adalah:

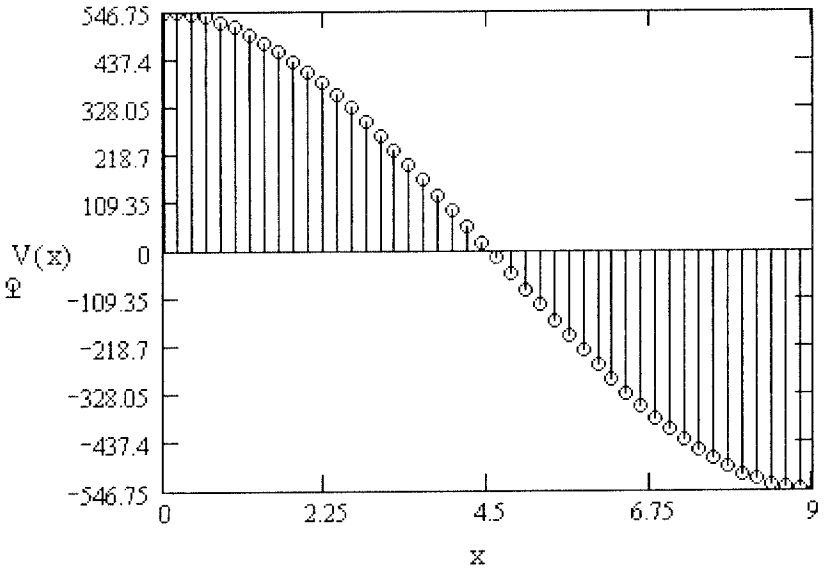
Persamaan gaya geser:

$$V(x) := R_A - \int_0^x w(x)\,dx$$

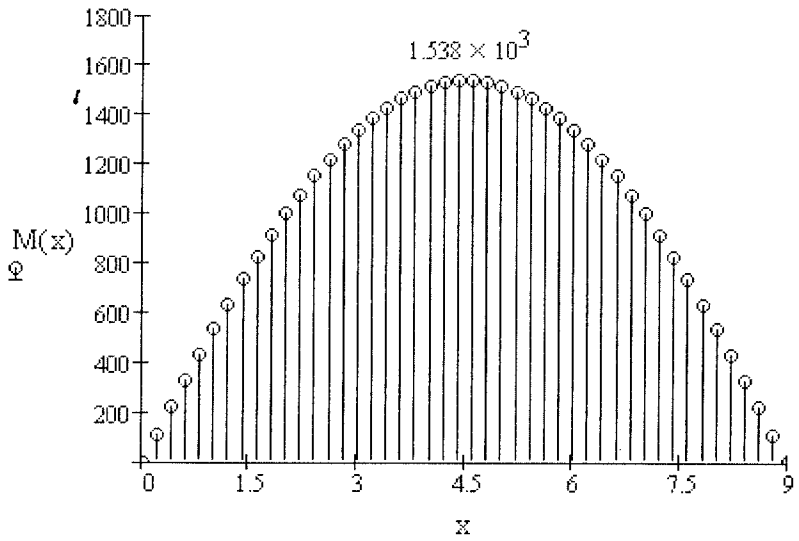
Persamaan momen bending:

$$M(x) := \int_0^x V(x)\,dx$$

Sehingga diagram gaya geser dan momen bending adalah:



(a) Diagram gaya geser

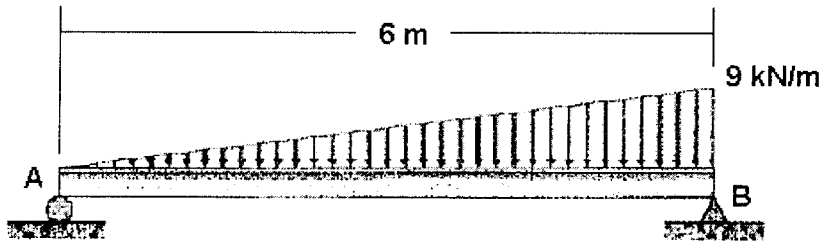


(b) Diagram momen bending

Gambar 8.18 Diagram Geser dan Momen Contoh 8.4

CONTOH SOAL 8.5

Balok sederhana sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 8.19 di bawah ini membawa beban vertikal yang meningkat seragam dari nol di sebelah kiri ke nilai maksimum 9 kN/m di sebelah kanan. Gambarkan gaya geser dan diagram momen bending.



Gambar 8.19 Pembebanan Balok Contoh 8.5

PENYELESAIAN

Beban berbentuk segitiga sehingga beban rata-rata L_{avg} adalah:

$$L_{avg} := \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{N}{m}$$

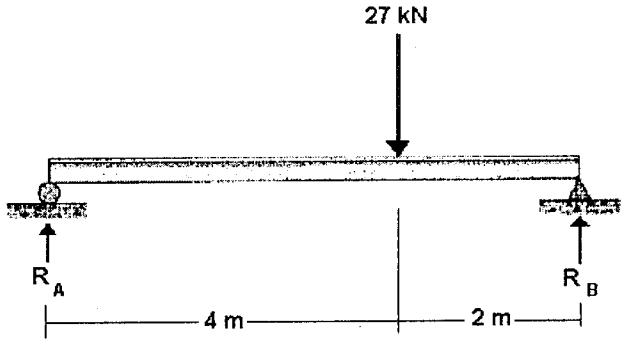
$$L_{avg} := 4.5 \times 10^3 \, m^{-1} N$$

Karena span 6 m maka beban dapat dinyatakan sebagai beban terpusat P, yaitu:

$$P := L_{avg} \cdot 6m$$

$$P = 27000N$$

Sehingga diagram benda bebas dapat digambarkan:



Gambar 8.20 Diagram Benda Bebas Contoh 8.5

Intensitas beban w pada jarak x adalah:

$$W(X) := \frac{9 \cdot 10^3}{6} \cdot X \text{ atau, } W(X) := \left(\frac{X}{6}\right) \cdot 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{N}{m}$$

sehingga beban total yang beraksi sepanjang x adalah intensitas rata-rata beban dikalikan dengan panjang x, yaitu:

$$W(X) := \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{X}{6}\right) \cdot 9\right] \cdot X$$

Gaya geser (V) pada jarak x: 0 s/d 6 m adalah:

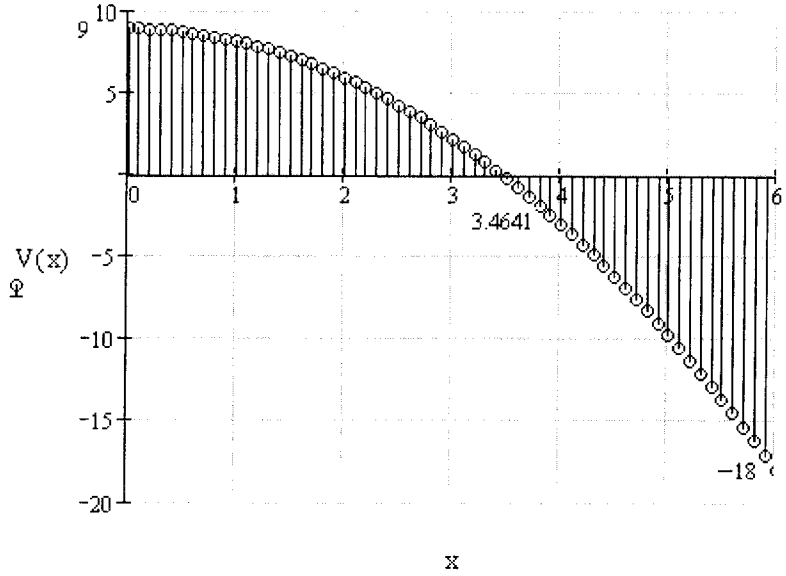
$$X := 0, 0.1 .. 6$$

$$V(x) := 9 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{6} \cdot 9\right) \cdot x \text{ atau } V(x) := 9 - 0.75 \cdot x^2$$

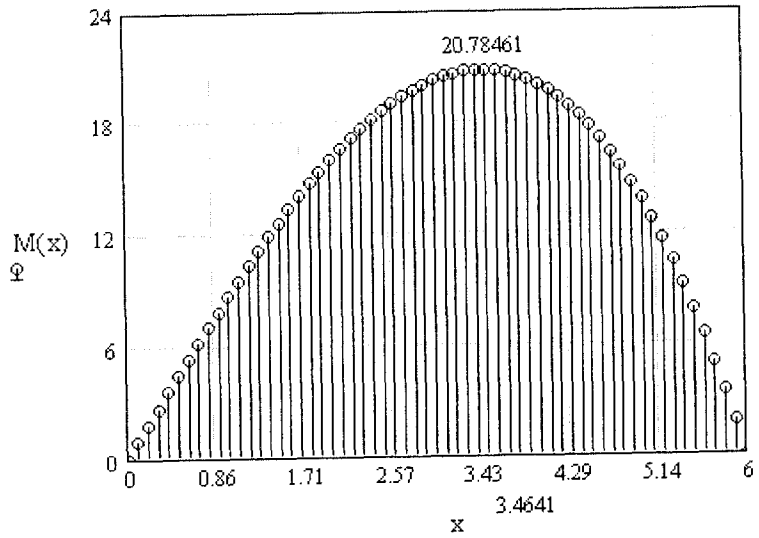
Karena momen bending adalah integrasi gaya geser, maka:

$$M(x) := \int_0^x V(x)\, dx$$

sehingga diagram gaya geser adalah:



(a) Diagram gaya geser

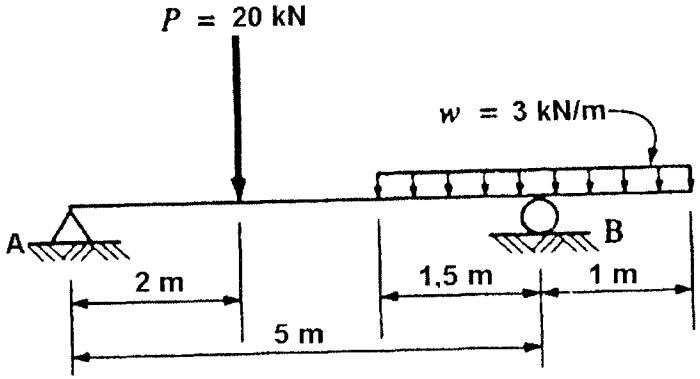


(b) Diagram momen bending

Gambar 8.21 Diagram Geser dan Momen Contoh 8.5

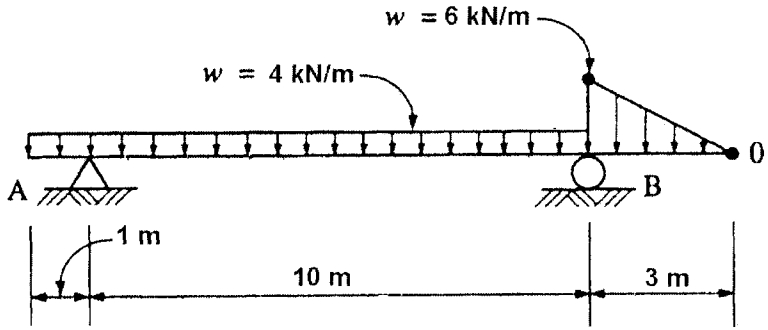
LATIHAN SOAL

1. Gambarkan diagram gaya geser dan momen bending sebuah balok yang mendapat pembebanan seperti yang ditunjukkan Gambar 8.22 di bawah ini. Berat balok diabaikan.



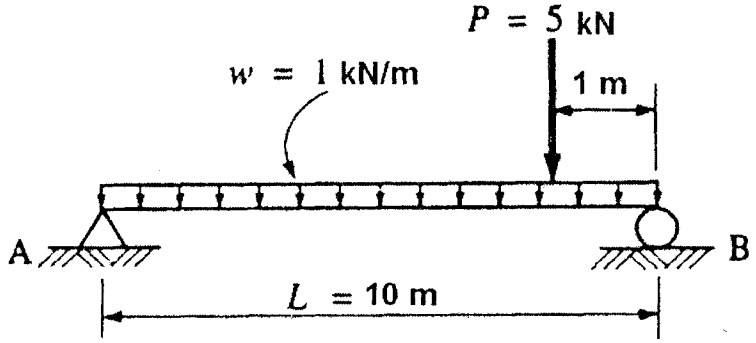
Gambar 8.22 Soal No. 8.1

2. Sebuah balok menganjur (*overhanging beam*) mendapat beban merata 4 kN/m dan beban yang meningkat dari kanan ke kiri 6 kN/m sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 8.23 di bawah ini. Tulislah persamaan dan diagram gaya geser dan momen bendingnya jika berat balok diabaikan.



Gambar 8.23 Soal No. 2

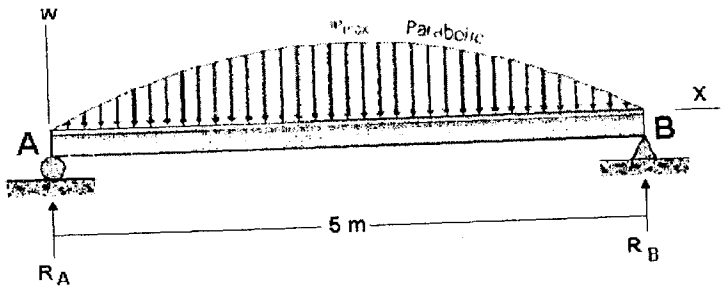
3. Sebuah balok sederhana mendapat pembebanan merata sebesar w = 1 kN/m dan beban terpusat 5 kN sebagaimana ditunjukkan Gambar 8.24 di bawah ini. Jika kita mengabaikan berat balok, (a) tulislah persamaan gaya geser dan momen bending, (b) diagram gaya geser dan momen bending, dan (c) tunjukkan posisi momen bending maksimum.



Gambar 8.24 Soal No. 3

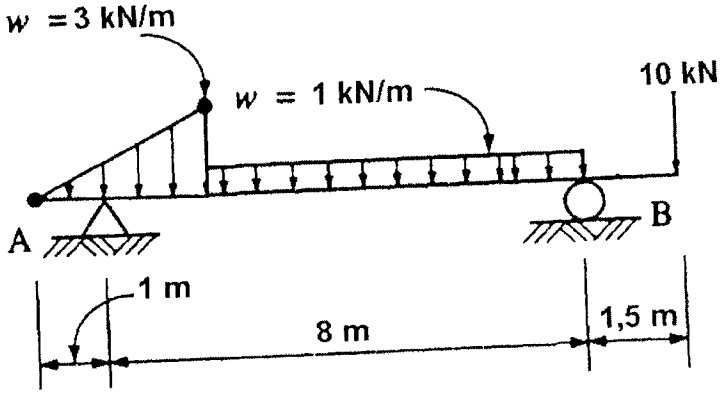
4. Sebuah jembatan yang hendak dibangun melintasi sungai Bermantan di Buntoh direncanakan akan menggunakan konstruksi di mana

beban w mengikuti persamaan parabolik $-5x^2 + 25x = 0$. Tentukan persamaan dan sketsa diagram gaya geser dan momen bendingnya jika diketahui $w_{max} = 31.25$ kN



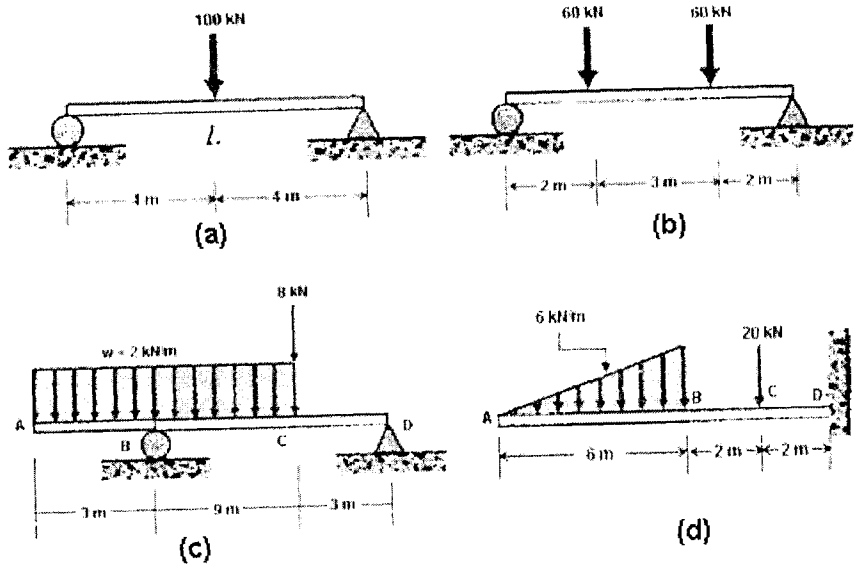
Gambar 8.25 Soal No. 4

5. Sebuah balok menganjur (*overhanging beam*) mendapat beban yang meningkat dari kiri ke kanan sebesar 3 kN/m, beban merata 1 kN/m, dan beban terpusat 10 kN, sebagaimana ditunjukkan Gambar 8.26 di bawah ini. Tulislah persamaan dan diagram gaya geser dan momen bendingnya. Anggap berat balok diabaikan.



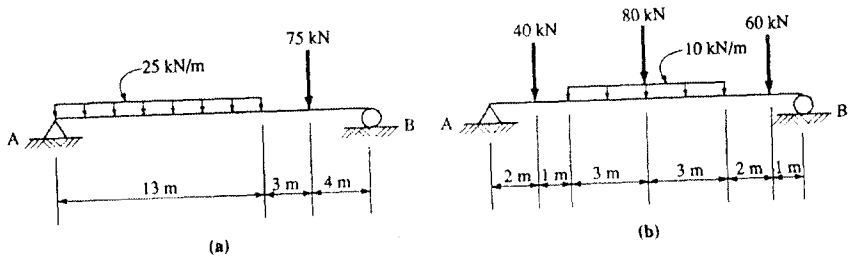
Gambar 8.26 Soal No. 5

6. Tulislah persamaan gaya geser dan momen bending balok yang mendapat pembebanan pada Gambar 8.27.



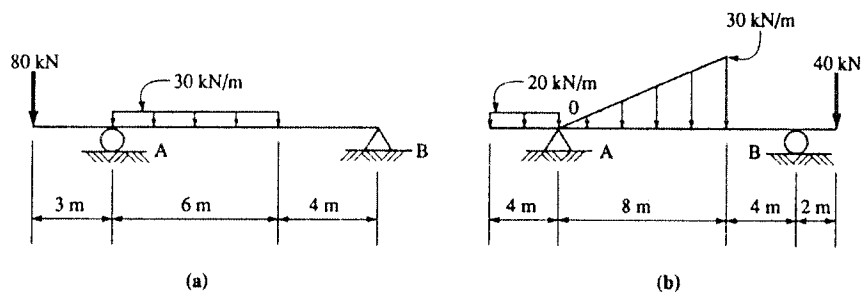
Gambar 8.27 Soal No. 6

7. Hitung reaksi pada titik A dan B untuk balok yang dibebani pada Gambar 8.28. Buat persamaan dan diagram gaya geser dan momen bendingnya.



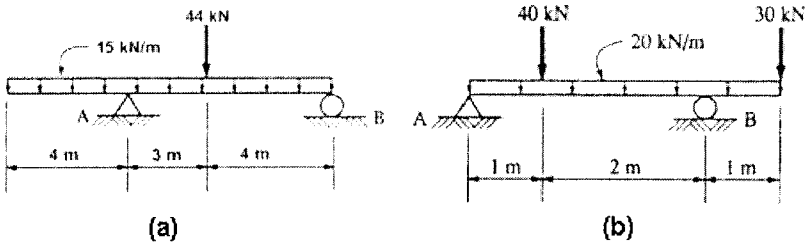
Gambar 8.28 Soal No. 7

8. Buat persamaan dan diagram gaya geser dan momen bending balok yang mendapat pembebanan seperti diperlihatkan pada Gambar 8.29. Buat diagram benda bebas jika perlu.



Gambar 8.29 Soal No. 8

9. Sebuah balok mendapat pembebanan merata dan pembebanan terpusat sebagaimana ditunjukkan Gambar 8.30. Buat persamaan dan diagram gaya geser dan momen bendingnya.



Gambar 8.30 Soal No. 9

BAB 9
TEGANGAN PADA BALOK

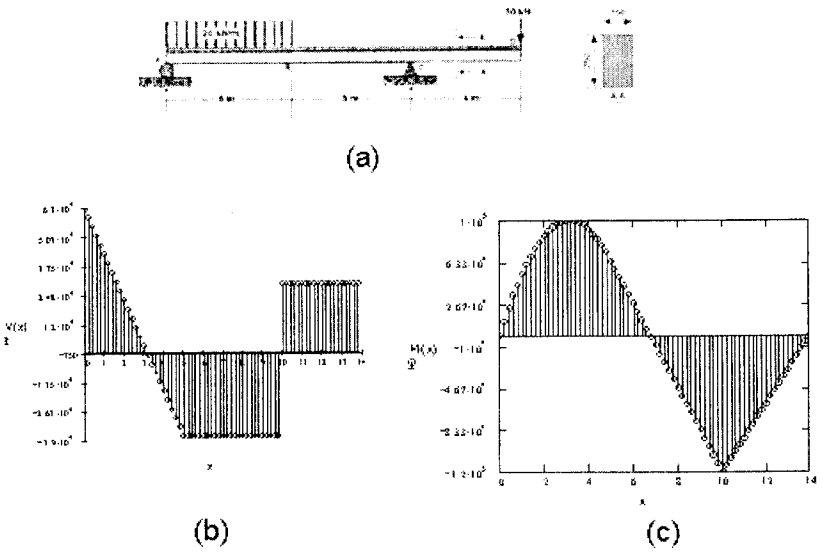
9.1 TEGANGAN TARIK DAN TEKAN KARENA BENDING

Pada Bab 8 kita telah melihat bahwa setiap bagian vertikal dari pembebanan balok horizontal akan menghasilkan gaya geser dan atau momen bending, yang besarnya dapat ditentukan dari perhitungan diagram gaya geser dan momen bending sehingga setiap bagian vertikal suatu tahanan karena gaya geser dan atau momen bending yang terjadi dari diagram benda bebas suatu segmen balok haruslah dalam kesetimbangan

Tahanan dalam ini merupakan fungsi bentuk dan luas penampang balok yang dapat dinyatakan sebagai tegangan geser dan tegangan bending dalam. Untuk keperluan desain dan analisis balok adalah perlu untuk menghitung tegangan yang terjadi pada lokasi tertentu untuk membandingkan nilai tegangan yang terjadi terhadap tegangan ijin bahan yang digunakan. Karena momen bending umumnya menjadi dasar desain balok, diskusi kita dimulai dengan tegangan bending yang terjadi.

Perhatikanlah balok mendatar lurus dengan penampang berbentuk persegi panjang sebagaimana ditunjukkan Gambar 9.1. Balok mendapat pembebanan (Gambar 9.1a) sehingga terjadi gaya geser (Gambar 9.1b) dan momen bending (Gambar 9.1c). Anggap balok simetris terhadap sumbu X-X dan sumbu Y-Y dengan beban bekerja pada bidang sumbu Y-Y.

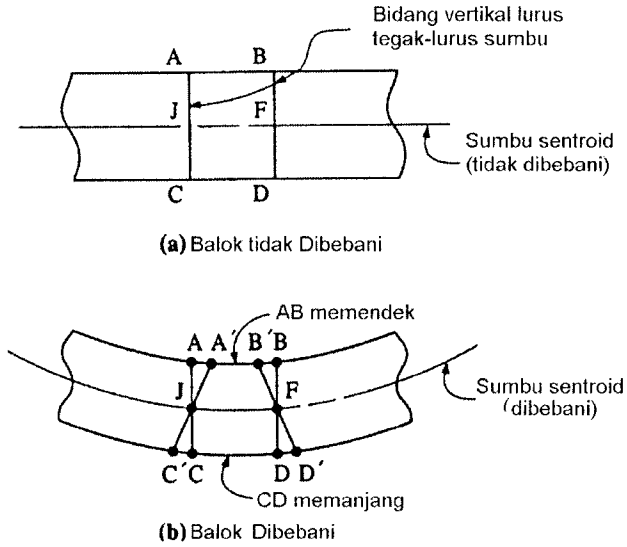
Potongan dua sumbu menunjukkan sentroid penampang. Oleh sebab itu sumbu X-X menunjukkan sumbu sentroid. Pada kajian ini dianggap bahwa bahan balok homogen dan mengikuti hukum Hooke, modulus elastisitas tarik dan tekan sama, dan balok lurus dan berpenampang tetap.



Gambar 9.1 Diagram Beban, Gaya Geser dan Momen Bending

Perhatikan segmen balok pada Gambar 9.2. Gambar 9.2a menunjukkan sebuah balok yang tidak menyangga beban sehingga tidak ada gaya geser, juga tidak ada tegangan geser. Awalnya segmen garis AB, JF, dan CD mempunyai panjang yang sama.

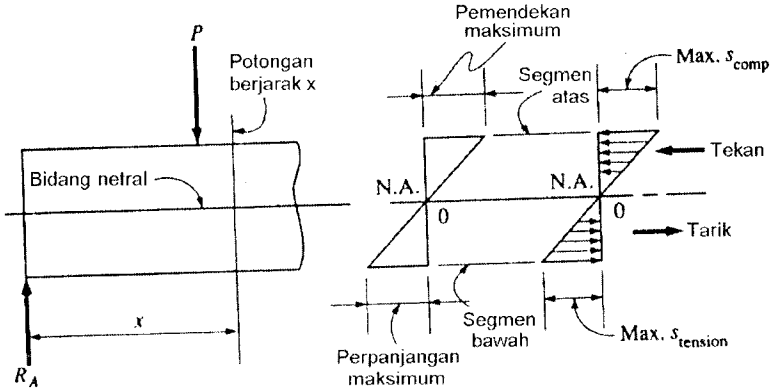
Jika balok dibebani dan melentur, segmen AB memendek menjadi A'B' dan segmen CD memanjang ke C'D'. Balok sebelah atas mengalami tekanan dan bagian bawah mengalami tarik. Titik J dan F tetap pada jarak yang sama, baik pada kondisi dibebani maupun tidak dibebani, menunjukkan tidak ada pemendekan atau perpanjangan sehingga tekanan dan tarikan nol. Bidang balok di mana tarikan atau tekanan nol disebut bidang netral (*neutral plane*) dan potongan bidang netral dengan bidang penampang disebut sumbu netral. Pada balok homogen, bidang netral akan melalui sentroid penampang. Bidang A-C dan B-D yang awalnya lurus dan tegak jika balok tidak dibebani, menjadi berotasi terhadap sumbu sentroid menjadi bidang A'-C' dan B'-D' jika balok mendapat beban.



Gambar 9.2 Balok terhadap Bending

Perubahan dimensional antara bidang tidak dibebani awal dan bidang rotasi dapat dilihat pada Gambar 9.3. Perubahan nol pada sumbu netral dan perubahan maksimum pada segmen terluar merupakan kombinasi dengan bidang lurus membentuk distribusi regangan segitiga yang menunjukkan perubahan panjang suatu segmen balok sebanding dengan jarak segmen dari sumbu netral.

Asumsi bahwa tegangan pada segmen balok tidak mencapai batas proporsional bahan adalah mengikuti hukum Hooke yang menyatakan bahwa tegangan segmen balok pada bagian tertentu sebanding dengan jarak dari sumbu netral ke segmen balok. Dengan demikian distribusi tegangan, seperti juga distribusi regangan, membentuk segitiga. Tegangan bervariasi dari nol pada sumbu netral ke tegangan tekan maksimum pada segmen terluar dan tegangan tarik maksimum pada segmen bawah balok terluar.

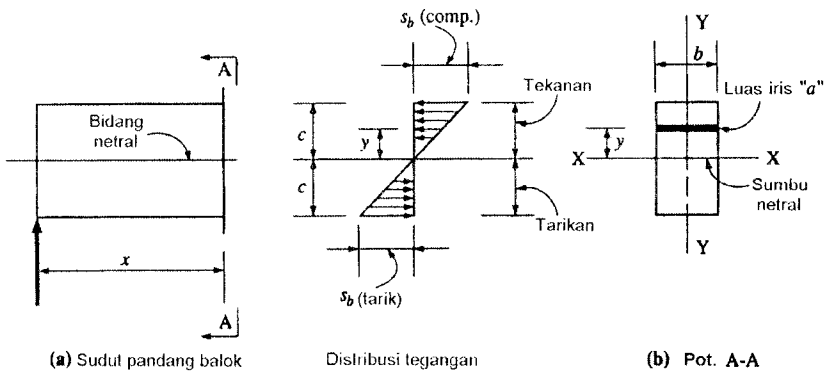


Gambar 9.3 Distribusi Tegangan dan Regangan

9.2 RUMUS MOMEN BENDING

Untuk keperluan analisis dan desain balok, perlu bekerja dengan hubungan di antara tegangan bending, momen bending, dan sifat-sifat geometris penampang. Pada pekerjaan analisis, tegangan telah ditentukan, sedangkan pekerjaan desain tegangan ijin digunakan untuk menentukan material. Keduanya menggunakan dasar hubungan yang sama, yang disebut rumus lentur.

Gambar 9.4(a) menunjukkan pandangan samping bagian kecil dari balok tumpuan sederhana dengan distribusi tegangan pada lokasi tertentu. Gambar 9.4(b) menunjukkan penampang balok. Balok adalah simetris terhadap sumbu X-X dan sumbu Y-Y. Ditunjukkan juga bahwa potongan adalah persegi panjang. Garis X-X adalah sumbu netral dari potongan melintang. Lebar balok dinyatakan *b*.



Gambar 9.4 Penurunan Rumus Lentur

Jarak sumbu netral ke luas infinitesimal *a* dilambangkan dengan *b*. Jarak dari sumbu netral ke luas infinitesimal *a* dilambangkan dengan *y*. Jarak dari sumbu netral ke segmen terluar penampang dilambangkan dengan *c*.

Tegangan bending (baik tarik maupun tekan) yang bekerja pada segmen terluar balok (jarak *c* dari sumbu netral) dilambangkan dengan $s_{b(max)}$. Tegangan bending maksimum ini yang bekerja pada segmen terluar merupakan bagian yang paling penting. Kita mengetahui, dengan azas kesebandingan, tegangan bending pada jarak *y* dari sumbu netral (dilambangkan s_b) dapat dinyatakan sebagai:

$$s_b = \frac{s_{b(\max)}(y)}{c}$$

Dari penjelasan terdahulu, gaya adalah tegangan kali luas, maka gaya yang ditimbulkan pada luas infinitesimal *a* adalah:

$$\frac{s_{b(\max)}(y)}{c}(a)$$

Momen dari gaya terhadap sumbu X-X dapat dihitung sebagai:

$$\frac{s_{b(\max)}(y^2)}{c}(a)$$

Sehingga momen total terhadap sumbu X-X dari semua gaya internal yang bekerja pada luasan infinitesimal dapat ditulis:

$$\frac{s_{b(\max)}}{c}\sum y^2(a)$$

Sebagaimana ditunjukkan pada Bab 3, besaran matematis ($\sum y^2 a$) adalah momen inersia penampang terhadap sumbu X-X yang dinyatakan dengan simbol *I*. Maka pernyataan untuk momen total dapat ditulis sebagai:

$$\frac{s_{b(\max)}}{c} I$$

Karena momen internal total ini pada kesetimbangan momen karena beban eksternal M, sehingga disebut momen tahanan internal (*internal resisting moment*) dapat dinyatakan sebagai:

$$M = \frac{s_{b(\max)} I}{c} \quad \text{..... (9.1)}$$

dengan M : momen bending karena beban eksternal, atau momen tahanan dalam (N·m)

$s_{b(max)}$: tegangan bending yang terjadi pada segmen terluar balok (Pa)

I : momen inersia terhadap sumbu netral (m^4)

c : jarak dari sumbu netral ke segmen terluar (m)

Persamaan (9.1) ditulis kembali untuk mendapatkan tegangan,

$$s_{b(\max)} = \frac{Mc}{I} \quad \text{..... (9.2)}$$

Karena tegangan adalah proporsional terhadap jarak dari sumbu netral, kita juga dapat menulis pernyataan untuk tegangan bending yang terjadi pada suatu jarak y dari sumbu netral:

$$s_b = \frac{My}{I} \quad \text{..... (9.3)}$$

Kita dapat menulis kembali persamaan (9.1) untuk mendapatkan momen tahanan maksimum atau momen bending ijin untuk potongan melintang.

Untuk menggunakan pernyataan ini, tegangan bending ijin harus diketahui:

$$M_R = \frac{s_{b(all)} I}{c} \quad \text{..... ((9.4)}$$

dengan M_R : momen bending ijin (N·m)

$s_{b(all)}$: tegangan bending ijin (Pa)

Jika I/c disebut modulus penampang (disimbolkan *S*), maka persamaan (9.4) dapat dinyatakan:

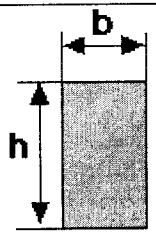
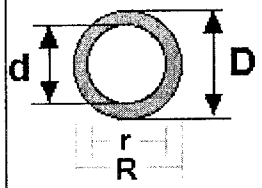
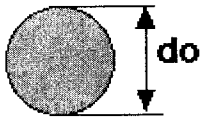
$$s_b = \frac{M}{S} \quad \text{..... (9.5)}$$

Modulus penampang mempunyai satuan m^3 yang dapat dihitung menggunakan momen inersia dari Tabel 4.1 dibagi dengan jarak *c*. Beberapa bentuk yang umum diberikan pada Tabel 9.1.

Balok merupakan struktural material yang umum, dan karena menggunakan rumus lentur adalah dasar untuk analisis dan desain balok, rumus ini memiliki keterbatasan. Rumus lentur ini valid jika memenuhi kriteria sebagai berikut:

1. Balok harus lurus sebelum pembebanan.
2. Balok harus homogen, mengikuti hukum Hooke, dan nilai dari modulus elastisitas sama, baik untuk tarik maupun untuk tekan.
3. Beban dan reaksi harus terletak pada bidang vertikal yang tegak lurus terhadap sumbu longitudinal balok.
4. Balok harus mempunyai penampang yang seragam.
5. Tegangan bending maksimum tidak boleh mencapai batas proporsional.
6. Balok harus memiliki ketahanan tekuk (*buckling resistance*) yang cukup.
7. Semua bagian komponen balok harus memiliki ketahanan tekuk lokal yang cukup.
8. Panjang balok harus proporsional terhadap lebarnya.

Tabel 9.1 Modulus Penampang

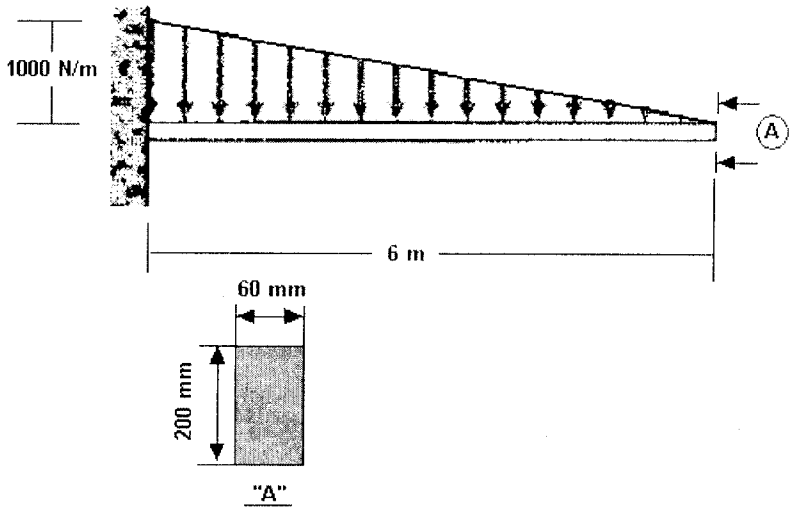
	$S = \frac{bh^2}{6}$
	$S = \frac{\pi}{4R}(R^4 - r^4)$ $S = \frac{\pi}{32D}(D^4 - d^4)$
	$s = \frac{\pi r^3}{4} = \frac{\pi d^3}{32}$

CONTOH SOAL 9.1

Sebuah balok kantilever, dimensi: lebar 60 mm, tinggi 200 mm dan panjang 6 m (lihat Gambar 9.5). Balok terbuat dari baja struktural dengan tegangan bending ijin 165 MPa, mendapat pembebanan yang bervariasi secara merata dari nol pada ujung bebas hingga 1000 N/m pada dinding.

Tentukan:

- diagram gaya geser dan momen lentur.
- besar tegangan bending maksimum.
- Apakah balok cukup kuat?



Gambar 9.5 Balok Kantilever Contoh 9.1

PENYELESAIAN

$$x := 0, 0.1 .. 6$$

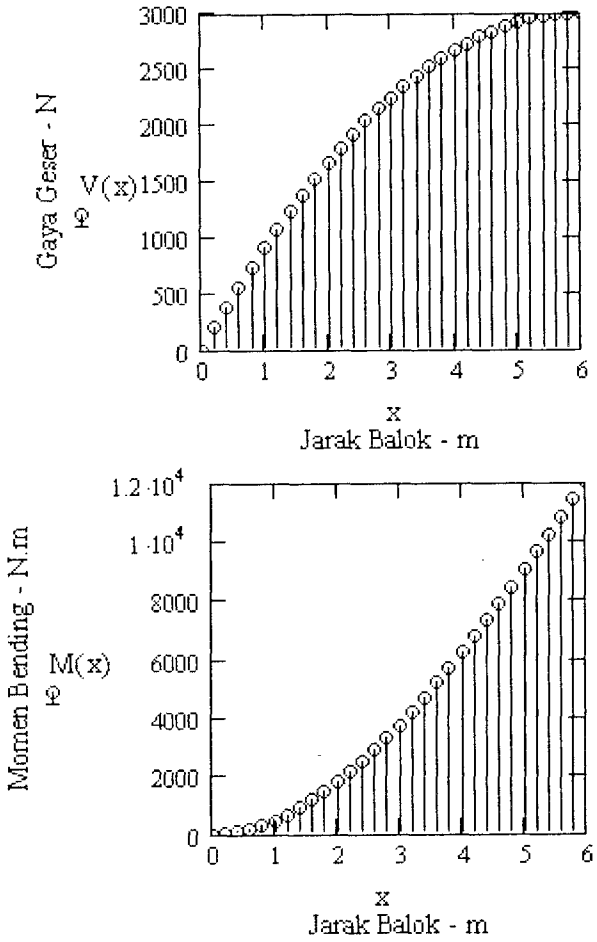
$$L := 6 \cdot m \qquad w := 1000 \cdot \frac{N}{m}$$

$$V(x) := w \cdot x - \frac{1}{2 \cdot L} \cdot w \cdot x^2$$

$$M(x) := \int_0^x V(x)\,dx$$

Maka diagram gaya geser dan momen bending adalah:

(a)



Gambar 9.6 Diagram Gaya Geser dan Momen Bending

(b) Modulus penampang (S):

$b := 0.06 \cdot m \qquad h := 0.2 \cdot m \qquad c := 6 \cdot m$

$$S := \frac{b \cdot h^2}{6} \qquad S := 4 \times 10^{-4} m^3$$

Momen maksimum terjadi pada ujung bebas (*free-end*), pada jarak c = 6 m, maka:

$$M := \frac{w \cdot c^2}{2} - \frac{1}{6 \cdot L} \cdot w \cdot c^3 \qquad M := 1.2 \times w \cdot 10^4 J$$

Tegangan bending maksimum (dari persamaan 9.5):

$$S_b := \frac{M}{S}$$

$$S_b = 3 \times 10^7 Pa$$

(c) karena tegangan bending ijin 165 MPa sedangkan tegangan bending maksimum yang terjadi adalah 30 MPa maka balok dapat digunakan.

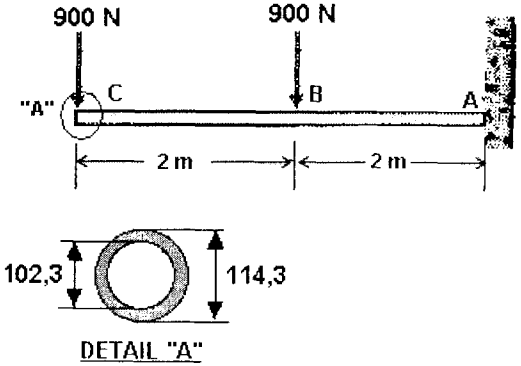
CONTOH SOAL 9.2

Sebuah pipa *standard-weight steel* terbuat dari *stainless steel* (*annealed*) dengan diameter nominal 100 mm, digunakan sebagai *cantilever beam* dengan panjang 4 m dari ujung tetap (*fixed end*) sebagaimana ditunjukkan Gambar 9.7. Tentukan:

(a) diagram gaya geser dan momen bending.

(b) momen bending maksimum.

(c) apakah pipa cukup kuat jika diketahui tegangan bending ijin 200 MPa.



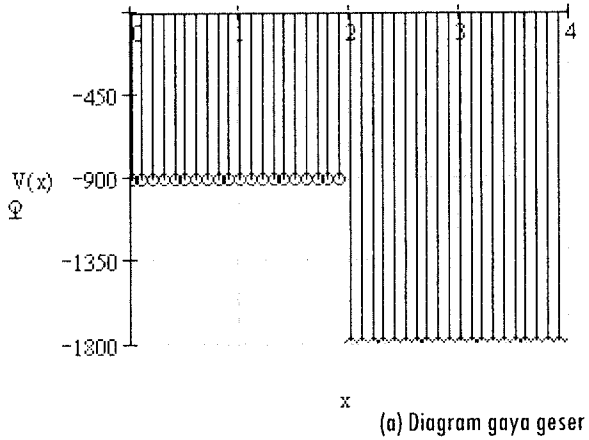
Gambar 9.7 Pipa Kantilever Contoh 9.2

(a)

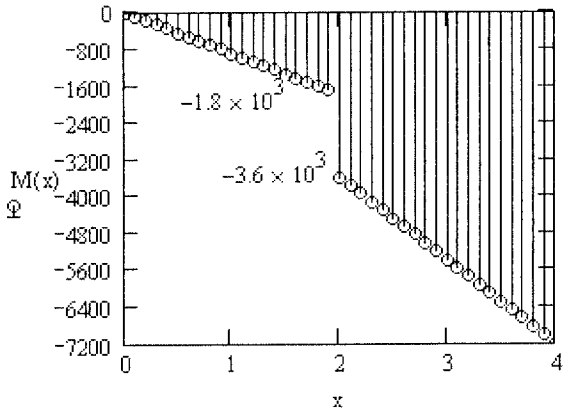
$x := 0, 0.1 .. 4$

$$V(x) := \begin{cases} V \leftarrow -900 \text{ if } x \le 2 \\ V \leftarrow -900 - 900 \text{ if } 2 \le x \le 4 \\ V \leftarrow -1800 \text{ if } x = 4 \end{cases}$$

$$M(x) := \begin{cases} M \leftarrow -900 \cdot x \text{ if } x \le 2 \\ M \leftarrow -1800 \cdot x \text{ if } 2 \le x \le 4 \end{cases}$$



(a) Diagram gaya geser



(b) Diagram momen bending

Gambar 9.8 Diagram dari Contoh 9.2

(b) Modulus penampang (S) :

$$D := 0.1143 \cdot m \qquad d := 0.1023 \cdot m$$

$$S := \frac{\pi}{32 \cdot D} \cdot \left(D^4 - d^4\right) \qquad S = 5.253 \times 10^{-5} m^3$$

Momen bending maksimum = 7.200 N·m (nilai mutlak, diperoleh dari Gambar 9.8b.

$$M := 7.2 \cdot 10^3 \cdot N \cdot m$$

$$s_b := \frac{M}{S}$$

$$s_b = 1.371 \times 10^8 \, Pa$$

(c) Tegangan bending ijin 200 MPa sedangkan tegangan bending maksimum yang terjadi adalah 137,1 MPa, maka *stainless steel pipe* berdiameter nominal 100 mm dapat digunakan sebagai balok untuk kondisi pembebanan tersebut.

CONTOH SOAL 9.3

Sebuah balok tumpuan sederhana direncanakan dibuat dari bentuk T dengan pengelasan plat baja ukuran 300 mm x 12 mm dengan plat baja ukuran 250 mm x 12 mm sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 9.9 di bawah ini. Balok jenis ini sering digunakan dalam konstruksi bangunan menggunakan batu, sebagai kusen yang melingkupi bukaan dinding, misal pintu dan jendela.

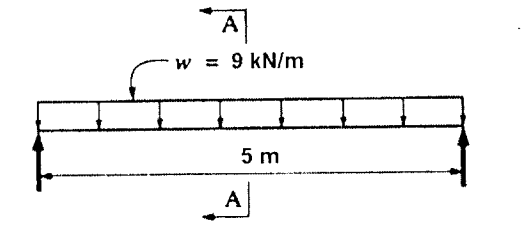
Jika balok menyangga beban dinding 9 kN/m, dengan panjang span 5 m, tentukan:

(a) persamaan momen bending

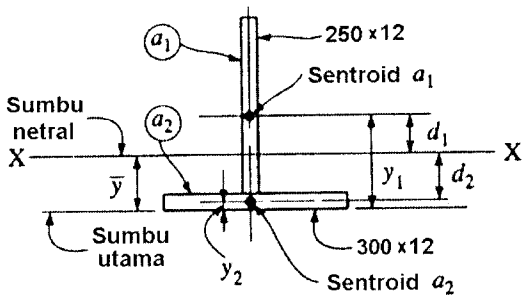
(b) diagram momen bending

(c) momen bending maksimum

(d) apakah balok cukup kuat jika diketahui tegangan bending ijin 150 MPa.



(a) Diagram beban



(b) Potongan A-A

Gambar 9.9 Diagram Beban Contoh 9.3

PENYELESAIAN

Ini adalah struktural komposit terbuat dari dua luasan geometris sederhana. Karena struktural ini tidak simetris terhadap sumbu bending X-X, sumbu netral harus ditetapkan. Untuk menentukan jarak $\hat{y}$, sumbu referensi ditentukan di bawah penampang sebagaimana ditunjukkan Gambar 9.7(b). Kemudian, dengan menggunakan prinsip momen, $\hat{y}$ ditentukan dari persamaan (3.4):

$$\bar{y} = \frac{\sum ay}{A}$$

dengan A adalah luas total atau jumlah dari komponen luas $\sum a$, maka dari Gambar 9.9:

$$a_1 = 0{,}25(0{,}012) = 0{,}003 \cdot m^2$$

$$a_2 = 0{,}30(0{,}012) = 0{,}0036 \cdot m^2$$

$$A = a_1 + a_2 = 0{,}0066 \cdot m^2$$

$$y_1 = 0{,}125 + 0{,}012 = 0{,}137 \cdot m$$

$$y_2 = 0{,}006 \cdot m$$

Substitusikan pada persamaan (3.4):

$$\bar{y} = \frac{\sum ay}{A} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{A} = \frac{0{,}003(0{,}137) + 0{,}0036(0{,}006)}{0{,}0066} = 0{,}066 \cdot m$$

Pada rumus lentur, nilai $\hat{y}$ ini menunjukkan jarak c ke segmen bawah. Jarak c ke segmen atas dihitung dari:

$$c_{(atas)} = (0{,}25 + 0{,}012) - 0{,}066 = 0{,}196 \cdot m$$

Kemudian menghitung momen inersia pada sumbu netral (sentroid) X-X menggunakan persamaan (4.4):

$$I_x = \sum \left(I_0 + ad^2\right) = \left(I_0 + ad^2\right)_1 + \left(I_0 + ad^2\right)_2$$

dengan

$$d_1 = 0{,}196 - 0{,}125 = 0{,}071 \text{ m}$$

$$d_2 = 0{,}066 - 0{,}006 = 0{,}060 \text{ m}$$

maka,

$$I_x := \left[\frac{0.012 \cdot (0.25 \cdot \text{m})^3}{12} + 0.003\text{m}^2 \cdot \left(0.071 \cdot \text{m}^2\right)\right] \ldots$$

$$+ \left[\frac{0.3 \cdot \text{m} \cdot (0.012 \cdot \text{m})^3}{12} + 0.0036\text{m}^2 \cdot \left(0.06 \cdot \text{m}^2\right)\right]$$

$$I_x = 4.375 \times 10^{-5}\,\text{m}^4$$

(a) Persamaan momen bending (Mx):

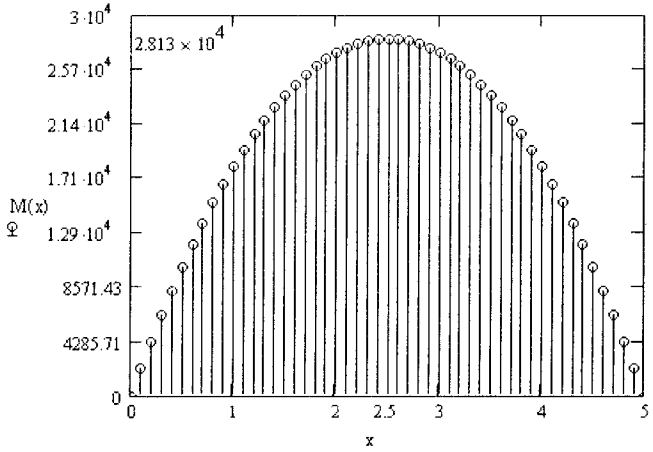
$x := 0,0.1..5$

$w := 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{N}{m}$ $\qquad L := 5 \cdot m$

$R_A := \frac{w \cdot L}{2}$ $\qquad R_A := 2.25 \times 10^4\,N$

$M(x) := \frac{w \cdot x}{2} \cdot (L - x)$

(b) Diagram momen bending,



Gambar 9.10 Diagram Momen Bending Contoh 9.3

(c) Momen bending maksimum

Dari Gambar 9.10 terlihat bahwa momen bending maksimum terjadi pada x = 2,5 m, yaitu M = 2,813 x 10^3 N·m.

Kemudian, untuk menghitung nilai modulus penampang (S). Karena struktural tidak simetri, modulus penampang pada bagian atas akan berbeda dengan bagian bawah:

$$S_{(atas)} = \frac{I}{c_{(atas)}} = \frac{4{,}375 \times 10^{-5} \cdot m^4}{0{,}196 \cdot m} = 2{,}23 \times 10^{-4} \cdot m^3$$

$$S_{(bawah)} = \frac{I}{c_{(bawah)}} = \frac{4{,}375 \times 10^{-5} \cdot m^4}{0{,}066 \cdot m} = 6{,}63 \times 10^{-4} \cdot m^3$$

Tegangan bending maksimum dari persamaan (9.5):

$$s_{b(bawah)} = \frac{M}{S_{(bawah)}} = \frac{2{,}813 \times 10^3 \cdot N \cdot m}{6{,}63 \times 10^{-4} \cdot m^3} = 4{,}243 \cdot MPa$$

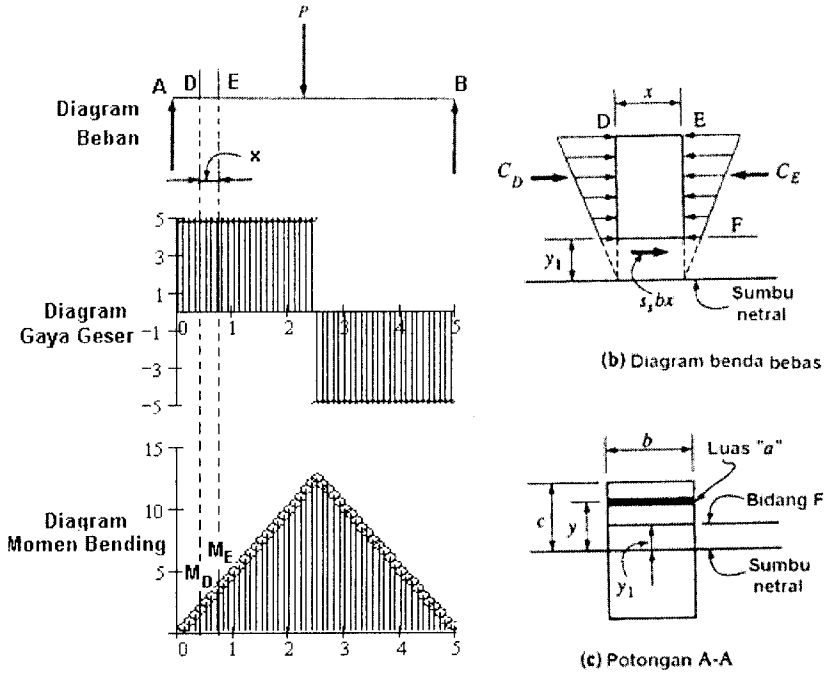
$$s_{b(atas)} = \frac{M}{S_{(atas)}} = \frac{2{,}813 \times 10^3 \cdot N \cdot m}{2{,}23 \times 10^{-4} \cdot m^3} = 12{,}614 \cdot MPa$$

Karena tegangan bending maksimum < tegangan bending ijin, maka bahan dapat digunakan.

9.3 RUMUS TEGANGAN GESER

Sebagaimana telah kita bicarakan pada Subbab 9.1, tegangan geser internal yang terjadi akibat balok horizontal mendapat pembebanan vertikal mempunyai nilai numerik selain daripada nol. Distribusi tegangan geser yang terjadi pada penampang balok akan berbeda dengan distribusi tegangan bending. Tegangan geser akan berharga nol, pada titik di mana tegangan bending maksimum. Titik di mana tegangan geser maksimum hampir selalu ada pada sumbu netral.

Untuk penurunan rumus geser, perhatikan diagram beban, gaya geser dan momen bending pada Gambar 9.11(a) untuk balok tumpuan sederhana. Diagram benda bebas untuk elemen balok dinyatakan dengan D, E, dan F pada Gambar 9.11(b). Bidang D dan E awalnya berjarak x, dan bidang F terletak pada jarak y1 di atas sumbu netral. Tujuan dari penurunan adalah untuk menentukan tegangan geser horizontal s_x pada permukaan bawah elemen.



Gambar 9.11 Penurunan Rumus Geser Horizontal

C_D dan C_E menunjukkan resultan tegangan bending tekan pada bidang D dan E. Karena elemen dalam kesetimbangan dan jumlah gaya-gaya horizontal harus sama dengan nol, maka gaya geser horizontal ada pada bidang F. Gaya geser horizontal adalah hasil dari tegangan geser horizontal dan luas permukaan bawah elemen yang dinyatakan sebagai $s_s bx$.

Dengan melihat Gambar 9,11(c), perhatikan luas persegi panjang infinitesimal *a* yang sejajar terhadap sumbu netral bidang E. Luas sentroid a terletak pada jarak y dari sumbu netral. Tegangan bending tekan pada luas ini menggunakan rumus lentur adalah:

$$s_b = M_E \frac{y}{I}$$

dan gaya yang bekerja pada luasan *a* adalah:

$$s_b(a) = M_E \frac{y}{I}(a)$$

Gaya total yang bekerja pada luasan total di atas bidang F adalah sama dengan C_E, dengan:

$$C_E = \sum \frac{M_E}{I}(ya)$$

Sehingga kita dapat menulis kembali sebagai:

$$C_E = \frac{M_E}{I} \sum ya$$

Besaran $\sum ya$ menunjukkan momen dari luas total elemen (di atas bidang F) pada bidang E terhadap sumbu netral, disimbolkan Q yang merupakan momen statis luas, maka:

$$C_E = \frac{M_E Q}{I}$$

Dengan cara yang sama, resultan gaya C_D yang bekerja pada bidang D diperoleh:

$$C_D = \frac{M_D Q}{I}$$

Beda di antara dua gaya adalah:

$$C_E - C_D = \frac{M_E Q}{I} - \frac{M_D Q}{I} = (M_E - M_D)\frac{Q}{I}$$

Karena elemen dalam kesetimbangan, nilai ini harus sama dengan gaya geser horizontal pada permukaan bawah elemen (bidang F), yang dinyatakan pada bagian awal sebagai $s_s bx$:

$$s_s bx = (M_E - M_D)\frac{Q}{I}$$

Dari sini didapat:

$$s_s = \frac{(M_E - M_D)Q}{Ibx}$$

Sebagaimana telah dijelaskan pada Bab 8, perubahan momen bending di antara dua titik pada balok adalah sama dengan luas diagram gaya geser di antara dua titik yang sama. Dengan mengacu pada Gambar 9.11(a), luas diagram gaya geser di antara bidang D dan E adalah Vx. Substitusikan ini untuk $M_E - M_D$, maka diperoleh:

$$s_s = \frac{VxQ}{Ibx} = \frac{VQ}{Ib} \quad \text{..... (9.6)}$$

dengan s_s : tegangan geser (horizontal dan vertikal) pada bidang penampang balok (Pa, MPa)
V : gaya geser vertikal dihitung dari luas penampang (N)
Q : momen statis terhadap sumbu netral dari luas penampang di antara bidang horizontal di mana tegangan geser dihitung dan sisi atas atau bawah balok (m^3)
I : momen inersia penampang balok terhadap sumbu netral (m^4)
b : lebar penampang balok pada bidang horizontal di mana tegangan geser dihitung (m)

Rumus geser dapat ditulis lagi dalam bentuk yang sederhana untuk perhitungan gaya geser ijin (atau kapasitas geser) untuk struktural bending. Jika kapasitas geser adalah V_R, persamaan (9.8) menjadi:

$$V_R = \frac{s_{s(all)}Ib}{Q} \quad \text{..... (9.7)}$$

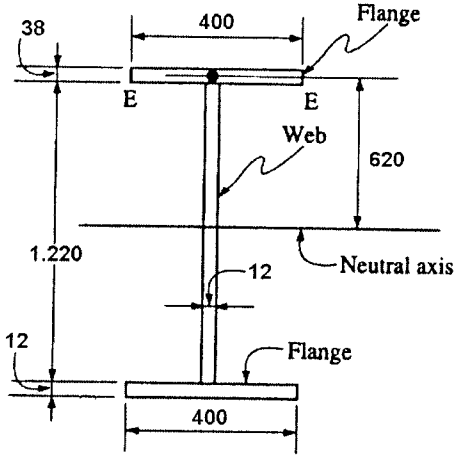
dengan V_R : gaya geser ijin (atau kapasitas geser)
$s_{s(all)}$: tegangan geser ijin.

Di dalam analisis dan desain struktur balok, lentur (momen bending) umumnya adalah faktor yang paling kritis, yaitu jika tegangan bending akan mencapai batas ijin. Akan tetapi, pada beberapa balok, karena beban yang sangat berat dan atau panjang span yang sangat pendek, geser

mungkin menjadi sangat kritis. Contoh berikut memberi gambaran penerapan rumus geser.

CONTOH SOAL 9.4

Suatu bahan struktural pada Gambar 9.12 dibuat dari tiga plat baja yang dilas bersama membentuk unit tunggal (disebut plat girder). Girder dikenai beban vertikal, sehingga menimbulkan gaya geser maksimum V = 2100 MN. (a) Hitung tegangan geser maksimum pada bidang sumbu netral, (b) Hitung tegangan geser pada sambungan flange dan web (bidang E-E, (c) plot distribusi tegangan geser pada penampang balok.



Gambar 9.12 Penampang Girder

PENYELESAIAN

Menggunakan rumus geser, V dan I akan mempunyai nilai numerik sama jika perhitungan tegangan geser pada bidang horizontal. V dan b diketahui. Momen inersia terhadap sumbu netral (I_{NA}) dihitung sebagai berikut:

Untuk flange atas atau bawah (simetris terhadap sumbu netral):

$$I_{NA} = I_0 + Ad^2 = \frac{bh^3}{12} + Ad^2$$

$$I_{NA} := \frac{0.4 \cdot \text{m} \cdot (0.08\text{m})^3}{12} + 0.038\text{m} \cdot 0.4\text{m} \cdot (0.62 \cdot \text{m})^2$$

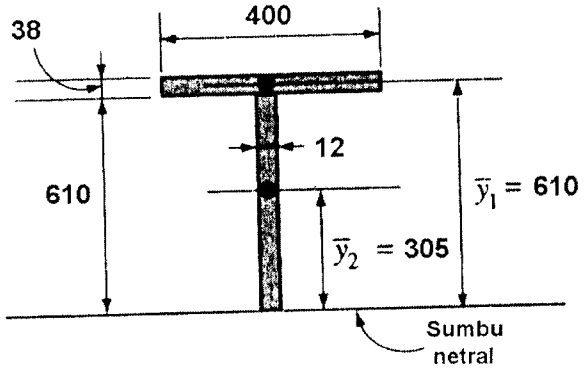
$$I_{NA} := 5.86 \times 10^{-3}\,\text{m}^4$$

web,

$$I_{NA} = \frac{bh^3}{12} = \frac{0.012 \cdot \text{m} \cdot (1.22 \cdot \text{m})^3}{12} = 1.816 \times 10^{-3}\,\text{m}^4$$

Sehingga momen inersia total terhadap sumbu netral:

$$\text{Total } I_{NA} = 2 \cdot \left(5.86 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m}^4\right) + 1.816 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m}^4 = 0.014\text{m}^4$$



Gambar 9.13 Penampang Girder di Atas Sumbu Netral

(a) Perhitungan tegangan geser horizontal pada sumbu netral dengan mengacu Gambar 9.13 (subskrip 1 untuk flange, subskrip 2 untuk web):

$$Q_1 = A_1 \overline{y_1} = 0,4 \times 0,012 \times 0,61 = 2,928 \times 10^{-3} \cdot m^3$$

$$Q_2 = A_2 \overline{y_2} = 1,22 \times 0,012 \times 0,305 = 4,465 \times 10^{-3} \cdot m^3$$

Total Q = (2,928 + 4,465) x 10^{-3} m^3 = 7,393 x 10^{-3} m^3

Sehingga:

$$s_s = \frac{VQ}{Ib} = \frac{2100 \times 10^6 \cdot N\left(7,393 \times 10^{-3} \cdot m^3\right)}{0,014 \cdot m^4\,(0,012 \cdot m)} = 92,41 \cdot GPa$$

(b) Perhitungan tegangan geser horizontal pada sambungan flange dan web dengan mengacu Gambar 9.13:

$$Q_f = A_f \overline{y_1} = 0,4(0,038)(0,61) = 9,272 \times 10^{-3} \cdot m^3$$

Sambungan antara web dan flange, yaitu b pada nilai 400 mm atau 12 mm, tergantung apakah sambungan memengaruhi tegangan pada suatu jarak infinitesimal di atas atau di bawah sambungan aktual. Besar dari tegangan geser horizontal pada titik ini mengalami suatu perubahan, di mana:

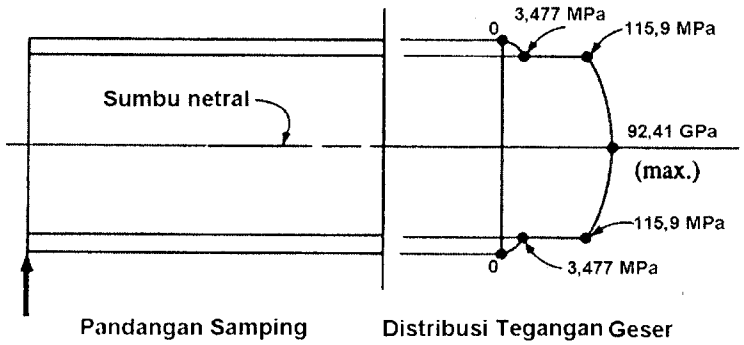
Untuk b = 400 mm:

$$s_s = \frac{VQ}{Ib} = \frac{2100 \times 10^6 \cdot N\left(9,272 \times 10^{-3} \cdot m^3\right)}{0,014 \cdot m^4\,(0,4 \cdot m)} = 3,477 \cdot MPa$$

Untuk b = 12 mm:

$$s_s = \frac{VQ}{Ib} = \frac{2100 \times 10^6 \cdot N\left(9,272 \times 10^{-3} \cdot m^3\right)}{0,014 \cdot m^4\,(0,012 \cdot m)} = 115,9 \cdot MPa$$

(c) Diagram dari distribusi tegangan geser horizontal ditunjukkan pada Gambar 9.14:



Gambar 9.14 Distribusi Tegangan Geser pada Plat Girder

Tegangan geser web rata-rata dihitung dari:

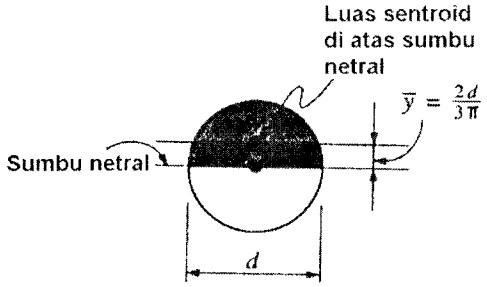
$$s_s = \frac{V}{dt_w} \quad \text{..... (9.8)}$$

dengan s_s : tegangan geser maksimum (Pa, MPa)
V : gaya geser vertikal (N)
d : kedalaman balok (m)
t_w : ketebalan balok (m)

Menggunakan pendekatan tegangan geser web rata-rata, tegangan geser ijin atau kapasitas geser penampang balok adalah:

$$V_R = s_{s(all)}\, d\, t_w \quad \text{..... (9.9)}$$

Untuk struktural berpenampang lingkaran, seperti poros, tegangan geser maksimum juga terjadi pada sumbu netral. Mengacu Tabel 3.1, tegangan geser maksimum menggunakan rumusan geser umum dapat dinyatakan sebagai berikut:



Gambar 9.15 Balok Berpenampang Lingkaran

Momen inersia terhadap sumbu netral:

$$I_{NA} = \frac{\pi \cdot d^2}{64}$$

Luasan di atas sumbu netral:

$$\frac{\pi \cdot d^2}{8}$$

Jarak dari sumbu netral ke luasan sentroid di atas sumbu netral adalah:

$$\bar{y} = \frac{2d}{3\pi}$$

Sehingga:

$$Q = A\bar{y} = \frac{\pi \cdot d^2}{8}\left(\frac{2 \cdot d}{3 \cdot \pi}\right) = \frac{d^3}{12}$$

dan

$$s_s = \frac{VQ}{Ib} = \frac{V\left(d^3/12\right)}{\left(\pi \cdot d^4/64\right)(d)} = \frac{16 \cdot V}{12\left(\pi \cdot d^2/4\right)}$$

maka,

$$s_s = \frac{4V}{3A} \quad \text{..... (9.10)}$$

dengan A menunjukkan luas penampang lingkaran total.

9.4 ANALISIS BALOK

Analisis balok umumnya dianggap sebagai penyelidikan balok dengan penampang yang diketahui. Tiga jenis umum analisis balok adalah:

1. Perhitungan tegangan aktual yang terjadi (bending dan geser) pada balok, pembebanan, dan panjang span yang diberikan dan bandingkan dengan tegangan ijin.
2. Perhitungan kapasitas beban yang dibawa balok berdasarkan tegangan ijin yang diberikan (bending dan geser) dan panjang span.
3. Perhitungan panjang span maksimum balok berdasarkan kondisi pembebanan dan tegangan ijin (bending dan geser).

CONTOH SOAL 9.5

Sebuah pipa baja dengan diameter nominal 125 mm digunakan sebagai balok tumpuan sederhana dengan panjang span 7 m. Pipa menumpu

beban terpusat 6 kN pada midspan. Hitung tegangan bending maksimum karena (a) berat pipa, (b) beban terpusat.

PENYELESAIAN

Dari Apendiks B, untuk besi channels C230 x 0,196:

$W_1 = 303 \times 10^{-3}$ kN/m

$S = 122 \times 10^{-6}$ m^3

Untuk balok tumpuan sederhana, momen akibat berat balok sendiri adalah:

$$M = \frac{w \cdot L^2}{8} = \frac{(303 \times 10^{-3} \cdot kN/m) \cdot (7 \cdot m)^2}{8}$$

$= 1{,}856$ kN·m

$= 1.856$ N·m

Momen maksimum karena beban terpusat:

$$M = \frac{PL}{4} = \frac{(6 \times 10^3 \cdot N) \cdot (7 \cdot m)}{4}$$

$= 10.500$ N·m

Rumus lentur (persamaan 9.5) digunakan untuk menghitung tegangan bending:

(a) Karena berat balok sendiri:

$$s_b = \frac{M}{S} = \frac{1.856 \cdot N \cdot m}{122 \times 10^{-6} \cdot m^3} = 15{,}2 \times 10^6 \cdot N/m^2$$

$= 15{,}2$ MPa

(b) Karena bekerja beban terpusat:

$$s_b = \frac{M}{S} = \frac{10.500 \cdot N \cdot m}{122 \times 10^{-6} \cdot m^3} = 86{,}1 \times 10^6 \cdot N/m^2$$

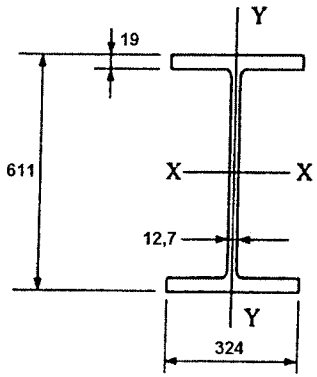
$= 86{,}1$ MPa

Kita dapat juga menentukan tegangan total. Karena tegangan yang terjadi dihitung pada titik yang sama pada balok maka tegangan total adalah:

Total $s_b = 15{,}2 + 86{,}1 = 101{,}3$ MPa

CONTOH SOAL 9.6

Hitung beban distribusi merata yang dapat diijinkan bekerja pada baja wide-flange W610 x 1,52 tumpuan sederhana dengan panjang span 12 m. Tegangan bending ijin pada balok adalah 165 MPa dan tegangan geser ijin 100 MPa.



Gambar 9.16 Balok Berpenampang Wide-Flange

PENYELESAIAN

Dari apendiks A, untuk W610 x 1,52:

$S_x = 4{,}23 \times 10^{-3}$ m^3

$d = 611$ mm

$t_w = 12{,}7$ mm

Untuk menentukan momen bending ijin menggunakan (persamaan 9.5):

$M_{Rx} = s_{b(all)} S_x$

$(165 \times 10^6$ N/m$^2)$ $(4{,}23 \times 10^{-3}$ m$^3)$

698×10^3 N·m

Dari Apendiks F, momen bending maksimum untuk balok tumpuan sederhana yang menyangga beban merata adalah:

$$M = \frac{wL^2}{8}$$

Selesaikan untuk w dan substitusikan,

$$w = \frac{8 \cdot M}{L^2} = \frac{8 \cdot \left(698 \times 10^3 \cdot N \cdot m\right)}{(12 \cdot m)^2} = 38.800 \cdot N/m$$

Menggunakan pendekatan tegangan geser rata-rata web, maka tegangan geser ijin (persamaan 9.9) adalah:

$$V_R = s_{s(all)}\, d\, t_w = (100 \text{ MPa})(611 \text{ mm})(12{,}7)$$

$$= (100 \text{ N/mm}^2)(611 \text{ mm})(12{,}7 \text{ mm})$$

$$= 776 \times 10^3 \text{ N}$$

Dari Apendiks H, tegangan geser maksimum untuk balok tumpuan sederhana yang menyangga beban merata adalah:

$$V = \frac{w.L}{2}$$

Selesaikan untuk w dan substitusikan,

$$w = \frac{2.V}{L} = \frac{2 \cdot \left(776 \times 10^3 \cdot N\right)}{12.m} = 129{,}3 \times 10^3 . N/m$$

38.800 N/m < 129.300 N/m

∴ Beban merata yang dapat ditumpu adalah 38.800 N/m.

9.5 DESAIN BALOK

Masalah desain meliputi pemilihan ukuran dan bentuk balok berdasarkan beban dan panjang span yang diketahui sehingga tidak mencapai tegangan ijin material. Tujuan utama dalam desain adalah keamanan struktural. Pertimbangan lain, misal ekonomi, fungsi, perawatan, lama pakai (*permanence*) dan kepentingan, merupakan pertimbangan kedua.

Berikut adalah prosedur umum dalam desain balok:

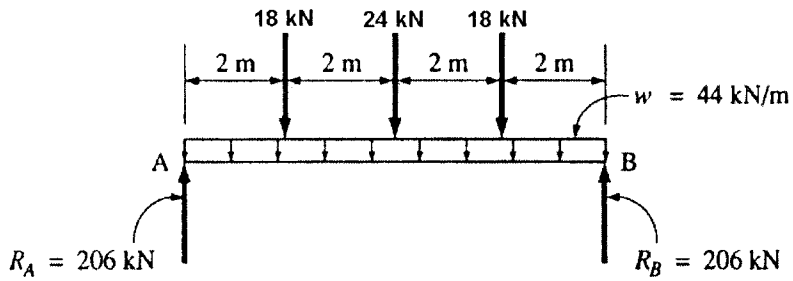
1. Tentukan lokasi, besar, dan jenis beban yang bekerja sepanjang span balok dan kondisi tumpuan balok. Tetapkan batasan, misal tegangan ijin dan dimensi bahan.
2. Buat diagram beban dan hitung reaksi balok.
3. Buat diagram gaya geser.
4. Buat diagram momen bending. Tentukan momen bending pada titik di mana tegangan geser nol atau menuju nol.
5. Menggunakan nilai momen bending terbesar (abaikan tanda), hitung modulus penampang menggunakan rumus lentur:

$$S_x = \frac{M}{s_{b(all)}}$$

6. Pilih balok yang paling ekonomis (dari tabel pada apendiks) dengan modulus penampang sedikit lebih besar dari yang diperlukan. Pilih balok yang paling ringan (kN/m).
7. Setelah penampang dipilih, hitung momen tambahan akibat berat balok.
8. Momen desain total sekarang merupakan jumlah momen karena beban yang bekerja dan momen karena berat balok sendiri. Hitung modulus penampang pada kondisi ini. Jika modulus penampang lebih kecil daripada yang diperlukan, pilih balok baru dan ulangi langkah 7 dan 8.
9. Cek tegangan geser menggunakan rumus geser. Jika tegangan geser hasil perhitungan mencapai tegangan geser ijin, pilih balok baru yang memiliki kapasitas geser lebih tinggi dan ulangi langkah 8 dan 9.

CONTOH SOAL 9.7

Pilih balok wide-flange (bentuk W) paling ekonomis untuk balok yang mendapat pembebanan pada Gambar 9.17 di bawah ini. Tegangan bending ijin 165 MPa dan tegangan geser ijin 100 MPa.



Gambar 9.17 Diagram Beban Balok

PENYELESAIAN

(a) Menentukan reaksi di titik A dan B:

$$R_A := \frac{\left(44\cdot10^3\cdot\frac{N}{m}\cdot8\cdot m\cdot4\cdot m\right)+\left(18\cdot10^3\cdot N\cdot2\cdot m\right)+\left(24\cdot10^3\cdot N\cdot4\cdot m\right)+\left(18\cdot10^3\cdot N\cdot6\cdot m\right)}{8\cdot m}$$

$$R_A = 2.06\times10^5 N$$

Karena simetri maka:

$$R_B := R_A$$

$$R_B = 2.06\times10^5 N$$

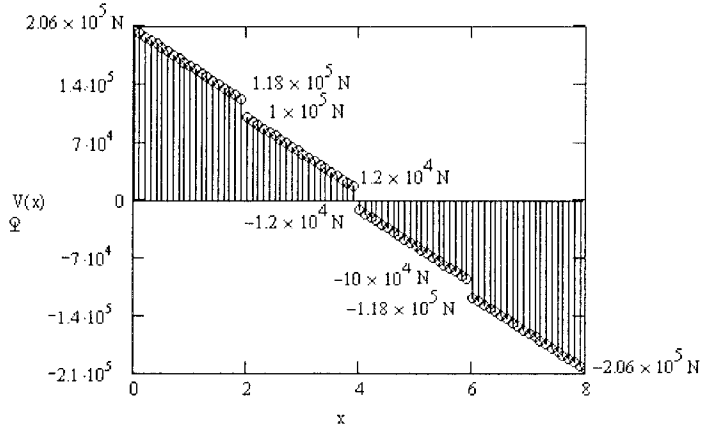
(b) Persamaan gaya geser dan momen bending:

$$V(x) := \begin{cases} V \leftarrow R_A - 44\cdot10^3\cdot N\cdot x \text{ if } 0\le x\le 2 \\ V \leftarrow R_A - \left(44\cdot10^3\cdot N\cdot x + 18\cdot10^3\cdot N\right) \text{ if } x = 2 \\ V \leftarrow R_A - \left[\left(44\cdot10^3\cdot N\cdot x\right) + 18\cdot10^3\cdot N\right] \text{ if } 2\le x\le 4 \\ V \leftarrow R_A - \left[\left(44\cdot10^3\cdot N\cdot x\right) + \left(18\cdot10^3\cdot N\right) + 24\cdot10^3\cdot N\right] \text{ if } x = 4 \\ V \leftarrow R_A - \left[44\cdot10^3\cdot N\cdot x + \left(18\cdot10^3\cdot N\right) + 24\cdot10^3\cdot N\right] \text{ if } 4\le x\le 6 \\ V \leftarrow R_A - \left[\left(44\cdot10^3\cdot N\cdot x\right) + \left(18\cdot10^3\cdot N\right) + \left(24\cdot10^3\cdot N\right) + 18\cdot10^3\cdot N\right] \text{ if } x = 6 \\ V \leftarrow R_A - \left[\left(44\cdot10^3\cdot N\cdot x\right) + \left(18\cdot10^3\cdot N\right) + \left(24\cdot10^3\cdot N\right) + 18\cdot10^3\cdot N\right] \text{ if } 6\le x\le 8 \end{cases}$$

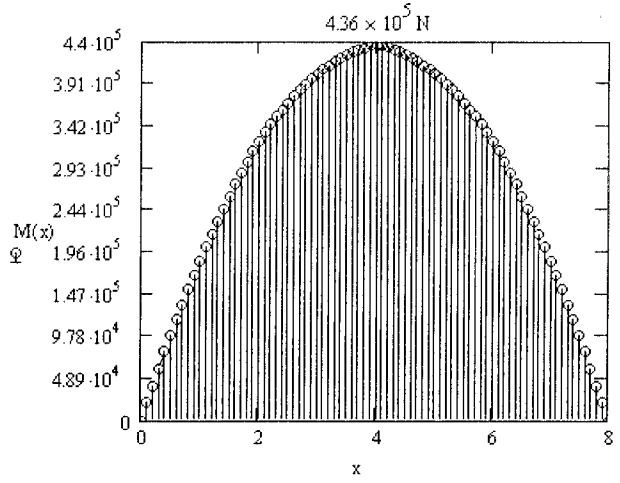
Persamaan momen bending (dari persamaan 8.6):

$$M(x) := \int_0^x V(x)\,dx$$

Maka diperoleh diagram gaya geser dan momen bending seperti pada Gambar 9.18 di bawah ini.



(a) Diagram gaya geser



(b) Diagram momen bending

Gambar 9.18 Diagram Geser dan Momen

Dari Apendiks I, kita pilih W610 x 1,11 dengan modulus penampang S_x = 2,88 x 10^{-3} m^3. Momen tambahan akibat berat balok itu sendiri adalah 1,11 kN/m dihitung dari:

$$M = \frac{wL^2}{8} = \frac{1{,}11\times10^3 \cdot N/m \cdot (8\cdot m)^2}{8} = 8{,}88\times10^3 \cdot N \cdot m$$

Maka momen total adalah:

$$M_{tot} = (436 + 8{,}88)\times10^3 \cdot N \cdot m = 445\times10^3 \cdot N \cdot m$$

Sehingga modulus penampang yang diperlukan ($S_{x(req)}$),

$$S_{x(req)} = \frac{445\times10^3 \cdot N \cdot m}{165\times10^6 \cdot N/m^2} = 2{,}70\times10^{-3} \cdot m^3$$

2,70 x 10^{-3} m^3< 2,88 x 10^{-3} m^3 OK

Balok W610 x 1,11 *memenuhi* momen bending.

Geser maksimum akibat beban yang bekerja dan berat balok:

$$V = 206\times10^3 \cdot N + \left\{(1{,}11\times10^3 \cdot N/m)\cdot(4\cdot m)\right\} = 210.400 \cdot N$$

Dari Apendiks A kita peroleh:

d = 608 mm

t_w = 11,2 mm

sehingga dari persamaan (9.8) diperoleh:

$$s_s = \frac{V}{d\cdot t_w} = \frac{210.400\cdot N}{(608\cdot mm)\cdot(11{,}2\cdot mm)} = 30{,}9\cdot N/mm^2$$

= 30,9 MPa

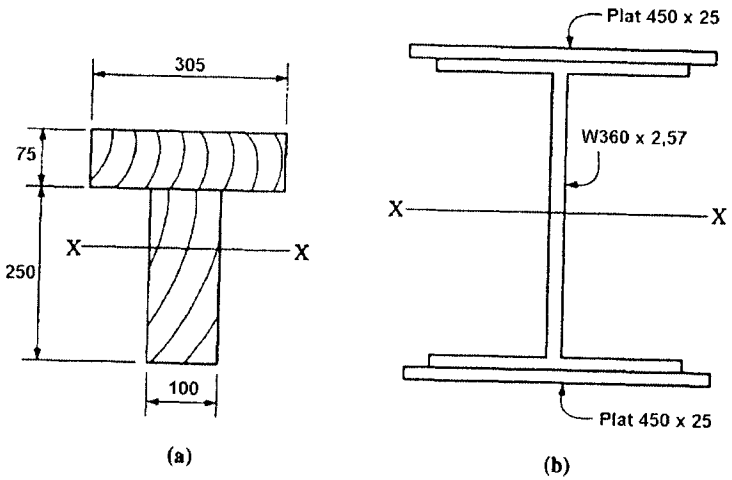
30,9 MPa < 100 MPa OK

Balok W610 x 1,11 *memenuhi* baik terhadap tegangan geser maupun momen bending.

Gunakan Balok W 610 x 1,11

LATIHAN SOAL

1. Hitung modulus penampang (terhadap sumbu X-X) untuk balok yang diperlihatkan pada Gambar 9.19.

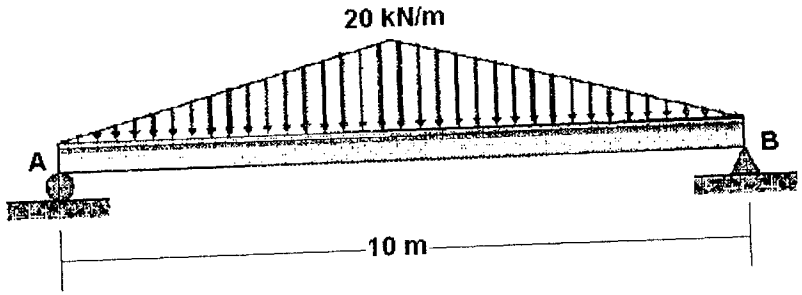


Gambar 9.19 Soal No. 1

2. Sebuah balok tumpuan sederhana AB direncanakan untuk menopang beban vertikal yang meningkat secara merata dari nol di sebelah kiri sampai mencapai nilai maksimum 20 kN/m di tengah balok AB kemudian menurun hingga nol di sebelah kanan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 9.20.

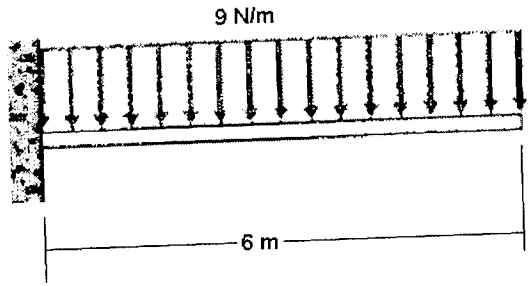
   Tentukan:

   - diagram gaya geser dan momen lentur.
   - besar tegangan bending maksimum.
   - apakah balok cukup kuat jika tegangan bending ijin 200 MPa?



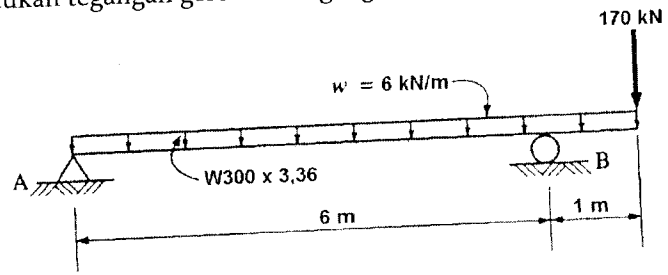
Gambar 9.20 Soal No. 2

3. Sebuah balok kantilever C150 x 0,120 memikul beban merata 9 N/m sebagaimana ditunjukkan Gambar 9.21. Hitung tegangan geser dan tegangan bending maksimum. Masukkan dalam perhitungan berat balok.



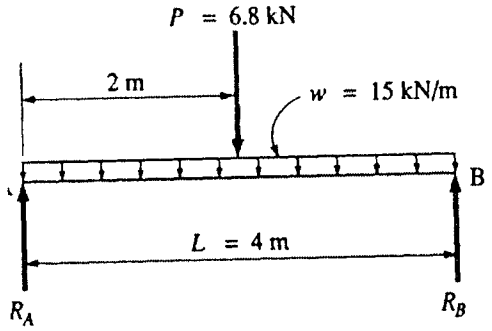
Gambar 9.21 Soal No. 3

4. Sebuah balok W300 x 3,36 menyangga beban sebagaimana diperlihatkan Gambar 9.22. Jika berat balok dimasukkan dalam perhitungan, tentukan tegangan geser dan tegangan bending maksimum.



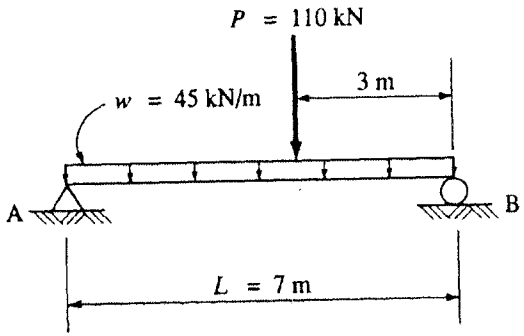
Gambar 9.22 Soal No. 4

5. Tentukan besi kanal yang paling ekonomis untuk menyangga beban sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 9. 23.



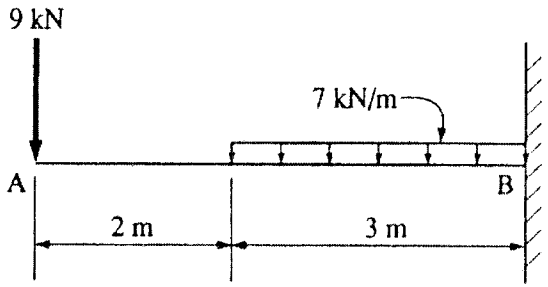
Gambar 9.23 Diagram Beban Soal No. 5

6. Tentukan besi *wide flange* (bentuk W) paling ekonomis pada balok yang dibebani pada Gambar 9.24 jika tegangan bending ijin 165 MPa dan tegangan geser ijin 100 MPa.



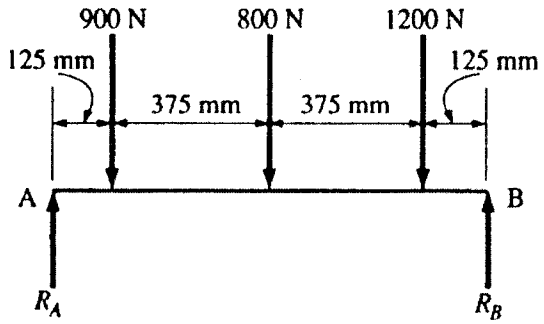
Gambar 9.24 Diagram Beban Soal No. 6

7. Tentukan besi wide flange (bentuk W) paling ekonomis pada balok yang dibebani pada Gambar 9.25. Jika tegangan bending ijin 165 MPa dan tegangan geser ijin 100 Mpa, tentukan diagram gaya geser dan momen bending.



Gambar 9.25 Diagram Beban Soal No. 7

8. Tentukan (a) tegangan geser dan tegangan bending maksimum balok yang dibebani pada Gambar 9.26 dan (b) besi kanal yang paling ekonomis untuk balok.



Gambar 9.26 Diagram Beban Soal No. 8

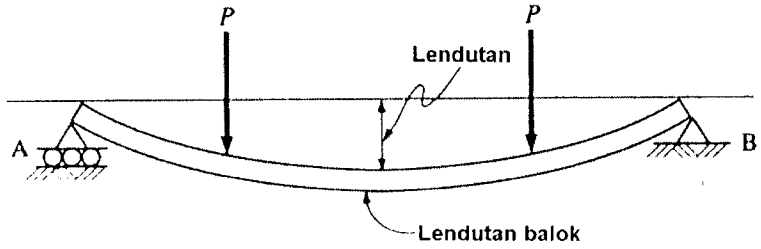
BAB 10
LENDUTAN BALOK

10.1 ALASAN PERHITUNGAN LENDUTAN BALOK

Jika sebuah balok dikenai gaya sehingga mengakibatkan *bending*, balok akan mengalami lendutan (*deflection*) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 10.1. Lendutan yang cukup besar menunjukkan struktur yang tidak kaku (*lack of structural rigidity*), meskipun cukup kuat. Lendutan yang terlalu besar harus dihindari untuk beberapa alasan. Pada bangunan (*building*), misalnya, lendutan yang terlalu besar dapat mengakibatkan retak (*cracking*) pada langit-langit (*ceiling*), lantai, dinding pemisah (*partition*), dan juga bagian-bagian sambungan.

Memerhatikan lendutan merupakan bagian dari desain dan analisis balok. Kondisi serius yang dapat terjadi akibat lendutan yang cukup besar adalah:

1. Perubahan *alignment* dinding dan lantai.
2. Perubahan fungsi sistem drainase atap akibat tergenangnya air dan beban atap yang berlebih.
3. Getaran yang tidak dapat diprediksi akibat beban hidup.
4. *Alignment* yang kurang tepat (*mis-alignment*) peralatan presisi di dalam bangunan.



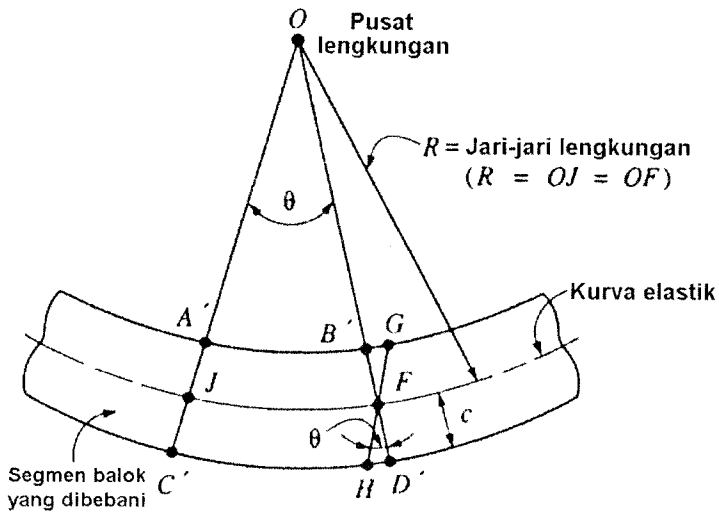
Gambar 10.1 Lendutan Balok

Ada dua cara mengevaluasi lendutan. Yang pertama adalah dengan menghitung besar dan arah lendutan dan yang kedua adalah dengan menentukan lendutan yang diijinkan (*allowable deflection*). Sebagai contoh, AISC (*American Institute of Steel Construction*) menetapkan untuk balok dan girder yang digunakan untuk menyangga langit-langit (*ceiling*) lendutan maksimum tidak boleh melebihi $^1/_{360}$ dari panjang balok (*span*). Sedang ASSHB (*American Standard Specifications for Highway Bridges*) mempersyaratkan bahwa perbandingan tebal terhadap panjang span balok atau girder tidak boleh melebihi $^1/_{25}$.

10.2 LENGKUNGAN DAN MOMEN BENDING

Sebagaimana telah kita pelajari pada Subbab 9.1, jika balok sederhana dikenai beban vertikal, tegangan tarik bekerja pada satu sisi dan tegangan tekan pada sisi yang lain dari bidang netral. Bagian yang mengalami tarik akan memanjang dan yang mengalami tekan akan memendek. Ini akan menyebabkan balok melengkung terhadap posisi awal. Jika balok melendut, posisi lengkungan terhadap bidang netral disebut kurva elastis.

Jari-jari lengkungan (*radius of curvature*) pada suatu titik di kurva elastis adalah sama dengan jari-jari lingkaran yang memiliki keliling yang menunjukkan bentuk dari kurva elastis pada titik tersebut. Sebenarnya kurva elastis dari balok yang mendapat pembebanan tidaklah berbentuk lingkaran, tetapi segmen infinitesimal dianggap lingkaran.



Gambar 10.2 Segmen Balok Dibebani Bending

Perhatikanlah Gambar 10.2. Bidang A'-C' dan B'-D' dari balok yang dibebani, berpotongan di titik O dan sudut yang terbentuk dinyatakan dengan θ. R adalah jari-jari lengkungan dari kurva elastis dan c adalah jarak dari bidang netral ke segmen terluar balok. Garis GFH sejajar garis A'-C'. Oleh sebab itu, regangan segmen terluar balok adalah:

$$\varepsilon = \frac{\text{perubahan} \cdot \text{panjang}}{\text{panjang} \cdot \text{semula}} = \frac{\text{HD'}}{\text{C'H}} = \frac{\text{HD'}}{\text{JF}}$$

Dari definisi modulus elastisitas:

$$E = \frac{s}{\varepsilon}$$

Sehingga tegangan dapat dinyatakan sebagai:

$$s_b = E\varepsilon = E \cdot \left(\frac{HD'}{JF} \right)$$

Jika lengkungan sangat kecil dan jarak JF sangat kecil, D'FH dan JOF dapat dianggap segitiga sebangun. Oleh sebab itu:

$$\frac{c}{R} = \frac{HD'}{JF}$$

Dengan substitusi, persamaan tegangan menjadi:

$$s_b = \frac{E \cdot c}{R} \quad \text{..... (10.1)}$$

dengan s_b : tegangan bending tekan atau tarik (Pa)
E : modulus elastisitas (Pa)
c : jarak dari sumbu netral ke segmen terluar (mm)
R : jari-jari lengkungan kurva elastis (mm)

Dari rumus lentur, tegangan dinyatakan:

$$s_b = \frac{M \cdot c}{I}$$

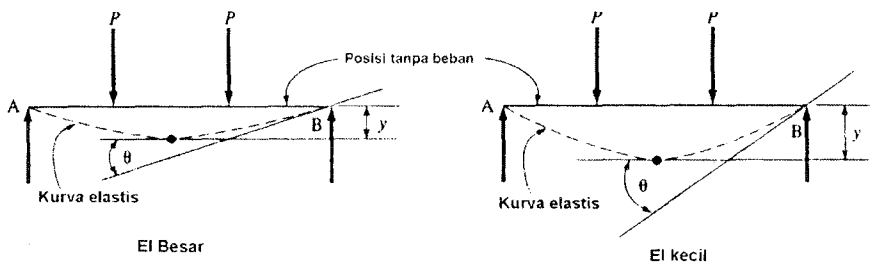
Sehingga,

$$\frac{E \cdot c}{R} = \frac{M \cdot c}{I}$$

selesaikan untuk R, maka:

$$R = \frac{E \cdot I}{M} \quad \text{..... (10.2)}$$

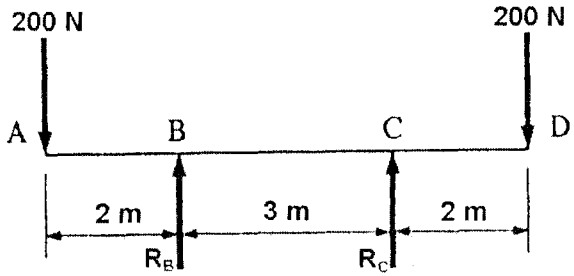
Pengaruh dari besaran EI (parameter lain tetap) ditunjukkan pada Gambar 10.3. Jika EI besar, sudut θ (yaitu sudut tangen dua titik kurva elastis) menjadi kecil. Demikian pula besar lendutan y pada titik kurva elastis. Dengan EI yang kecil, baik θ maupun y menjadi lebih besar. Jadi besar EI menunjukkan kekakuan bahan.



Gambar 10.3 Kekakuan Balok

CONTOH SOAL 10.1

Sebuah batang baja persegi dengan ukuran 75 mm dikenai beban sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 10.4. Hitung jari-jari lengkungan segmen balok di antara tumpuan. Gunakan modulus elastisitas $E = 207 \times 10^9$ Pa.



Gambar 10.4 Diagram Beban Contoh 10.1

PENYELESAIAN

Dari bangun simetri, maka:

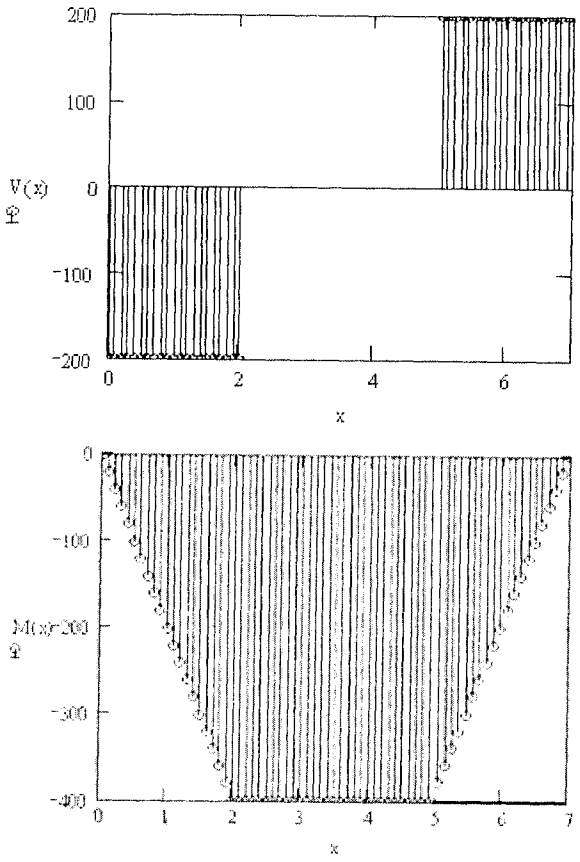
$$R_B := \frac{(200N \cdot 5 \cdot m) - 200 \cdot N \cdot 2 \cdot m}{3 \cdot m} \qquad R_C := R_B$$

$$R_B = 200N \qquad R_C = 200N$$

$x := 0, 0.1 .. 7$

$$V(x) := \begin{cases} V \leftarrow -200 \cdot N & \text{if } 0 \le x \le 2 \\ V \leftarrow 200 \cdot N & \text{if } 5 \le x \le 7 \end{cases}$$

$$M(x) := \int_0^x V(x)\, dx$$



Gambar 10.5 Diagram Gaya geser dan Momen Bending

Dari Gambar 10.5 terlihat bahwa momen konstan terletak di antara dua tumpuan. Untuk perhitungan momen inersia, (dari Tabel 4.1):

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0{,}075 \cdot m \cdot (0{,}075 \cdot m)^3}{12} = 2{,}637 \times 10^{-6} \cdot m^4$$

Perhitungan jari-jari lengkungan dari persamaan (10.2):

$$R := \frac{207 \cdot 10^9 \cdot \text{Pa} \cdot 2.637 \cdot 10^6 \cdot \text{m}^4}{400 \cdot \text{N} \cdot \text{m}}$$

$$R = 1.365 \cdot 10^3 \text{m}$$

10.3 METODE PERHITUNGAN LENDUTAN

Lendutan balok dapat dihitung dengan beberapa cara. Dua metode yang akan dijelaskan adalah dengan (1) metode rumus dan (2) metode luas momen. Metode rumus lebih mudah digunakan, diturunkan untuk balok yang memiliki kondisi tumpuan dan mendapat kombinasi pembebanan yang diberikan pada Apendiks F.

Jika tumpuan dan kondisi pembebanan berbeda dari yang diberikan pada metode rumus maka digunakan metode luas momen. Metode ini digunakan untuk variasi momen inersia. Umum digunakan pada mesin desain dan sangat jarang pada desain bangunan.

Tanpa memerhatikan metode yang digunakan, perhitungan lendutan dibuat berdasarkan beberapa asumsi, yaitu:

1. Tegangan bending maksimum tidak mencapai batas proporsional.
2. Balok adalah homogen, mengikuti hukum Hooke dan modulus elastisitas tegangan dan tekanan adalah sama
3. Balok mempunyai bidang vertikal simetri dan beban serta reaksi bekerja pada bidang ini tegak-lurus sumbu longitudinal balok
4. Lendutan yang terjadi relatif kecil dan panjang kurva elastis adalah sama dengan panjang proyeksi horizontalnya
5. Lendutan karena gaya geser diabaikan (lendutan karena gaya geser umumnya sangat kecil dibandingkan lendutan karena momen bending).

10.4 METODE RUMUS

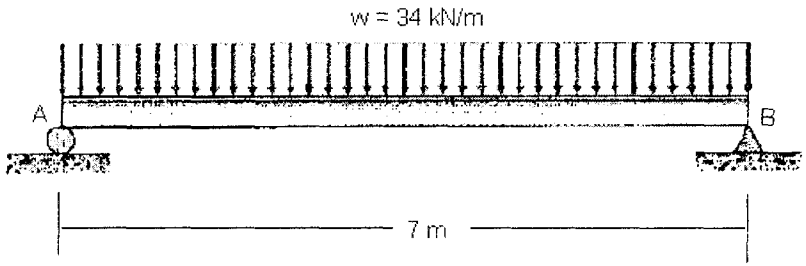
Metode rumus (*formula method*) berdasarkan pada rumusan yang diturunkan dengan beberapa metode teoritis didasarkan pada tipe spesifik balok dan kondisi pembebanan tertentu yang diberikan pada Apendiks F, di mana pada apendiks ini dapat dihitung (1) lendutan suatu titik tertentu sepanjang balok, (2) lendutan maksimum, dan (3) lokasi lendutan maksimum.

Karena lendutan umumnya secara numerik sangat kecil maka satuan lendutan dinyatakan dalam milimeter. Konversi satuan harus dilakukan dengan cermat karena panjang span dinyatakan dalam meter, beban merata dalam N/m atau kN/m.

CONTOH SOAL 10.2

Sebuah baja struktural wide flange W840 x 1.72 terbuat dari baja karbon ASTM A36 menyangga beban terdistribusi merata 34 k N/m dengan panjang L = 7 m. Tentukan:

a. diagram gaya geser dan momen bending.
b. momen bending maksimum.
c. lendutan maksimum.
d. apakah desain balok dapat digunakan jika lendutan maksimum adalah $^1/_{360}$ dari panjang span?.



Gambar 10.6 Diagram Beban Contoh 10.2

PENYELESAIAN

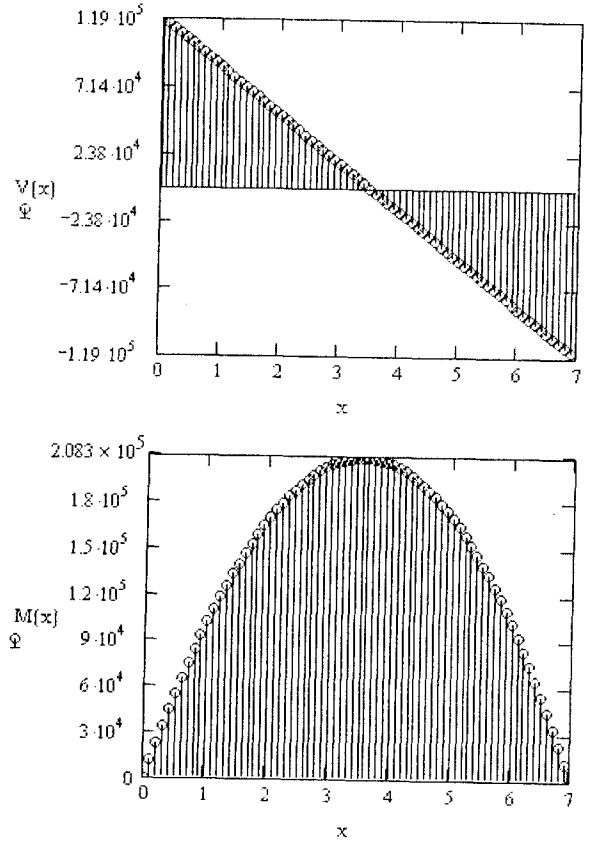
$$W := 34 \cdot 10^3 \cdot \frac{N}{m} \qquad L := 7 \cdot m \qquad x := 0,0.1..7$$

$$R_A := \frac{w \cdot L}{2} \qquad R_A = 1.19 \times 10^5 N$$

Dari Apendiks H kasus 1, diperoleh:

$$V_x := w \cdot \left(\frac{L}{2} - x\right) \qquad M_x := \frac{w \cdot x}{2} \cdot (L - x)$$

(a)



Gambar 10.7 Diagram Gaya Geser dan Momen Bending

(b) Momen bending maksimum

Dari Gambar 10.7 terlihat bahwa $M_{max} = 2{,}083 \times 10^5$ N·m

Atau dari Apendiks H kasus 1, diperoleh:

$$M_{max} := \frac{w \cdot L^2}{8} \qquad M_{max} = 2.083 \times 10^5 \text{J}$$

(c) Lendutan maksimum (Δ_{max}):

Dari Apendiks G didapat:

$$E := 207 \cdot 10^9 \text{Pa} \qquad I = 2460 \cdot 10^{-6} \cdot \text{m}^4$$

maka,

$$\Delta_{max} := \frac{5 \cdot w \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} \qquad \Delta_{max} = 0.00209\text{m}$$

(d) Lendutan yang diijinkan (Δ_{all}) pada span = 7 m adalah:

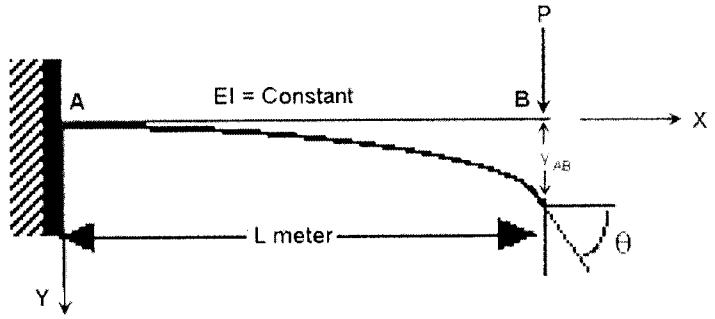
$$\text{span} := 7 \cdot \text{m}$$

$$\Delta_{all} := \frac{\text{span}}{360} \qquad \Delta_{all} = 0.019\text{m}$$

karena $\Delta_{max} < \Delta_{all}$ maka balok W840 x 1.72 dapat digunakan untuk kondisi pembebanan yang diberikan.

10.5 METODE LUAS MOMEN

Metode luas momen (*momen area method*) ini digunakan jika sebuah balok menerima pembebanan kombinasi dan/atau tidak simetris (*unsymmetrical loading*) di mana rumus lendutan (*deflection formulas*) tidak tersedia dan dianggap modulus elastisitas dan momen inersia balok mempunyai nilai konstan.



Gambar 10.8 Diagram Lendutan

Perhatikan diagram lendutan pada Gambar 10.8. Jika sebuah gaya P bekerja pada balok AB maka akan terjadi lendutan dengan sudut kemiringan (*slope*) sebesar θ dan perpindahan vertikal (*vertical displacement*) sebesar y_{AB}.

Sudut kemiringan θ adalah sudut yang dibentuk di antara dua titik (A dan B) pada kurva elastik sama dengan luas diagram momen yang terletak di antara dua titik tersebut dibagai dengan *EI*. Atau dapat dinyatakan sebagai:

$$\theta = \frac{A_M}{E \cdot I} \qquad \text{..... (10.3)}$$

dengan θ : sudut kemiringan tumpuan (radian, 1 rad = $57{,}3^0$)
A_m : luas diagram momen yang terletak di antara dua bidang vertikal, ($N.m^2$)
E : modulus elastisitas, (Pa)
I : momen inersia, (m^4)

Perpindahan vertikal y_{AB} dari suatu titik (titik A) pada kurva elastis ke titik kedua (titik B) sama dengan luas momen dari diagram momen bending yang terletak di antara dua titik. Ambil katakan titik pertama (titik A) dibagi dengan *EI*, atau dapat dinyatakan sebagai:

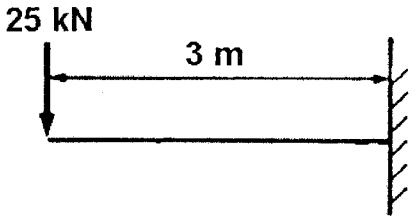
$$y_{AB} = \frac{A_M \cdot \bar{x}}{E \cdot I} \quad \text{..... (10.4)}$$

dengan y_{AB} : perpindahan vertikal (m)

$\bar{x}$: jarak dari pusat luas diagram momen.

CONTOH SOAL 10.3

Sebuah balok kantilever AB dikenakan beban terpusat 25 kN pada ujung bebasnya (lihat Gambar 10.9). Tentukan sudut kemiringan (*slope*) balok jika menggunakan wide-flange W200 x 0,19. Abaikan berat balok.



Gambar 10.9 Diagram beban Contoh 10.3

PENYELESAIAN

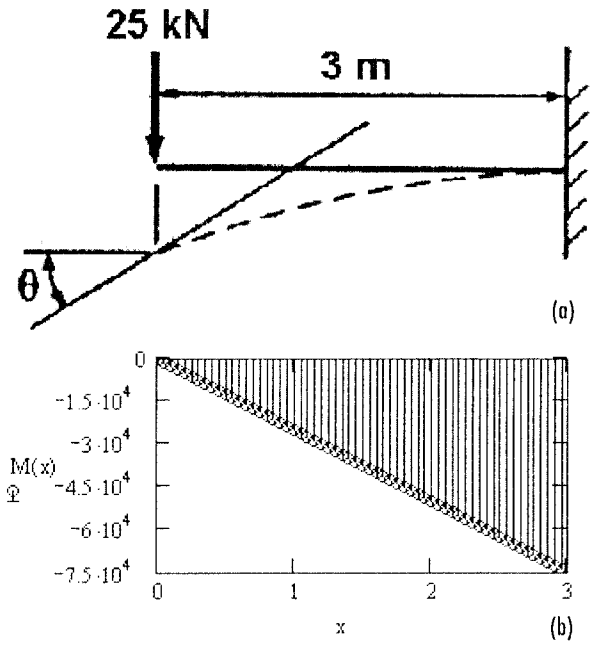
Modulus elastisitas (E) adalah 207 x 10^9 Pa (dari Apendiks G) dan momen inersia (I) adalah 16,5 x 10^{-6} m^4 (dari Apendiks G). Dengan menggunakan persamaan (10.3), maka kemiringan balok dapat ditentukan:

$$\theta = \frac{A_M}{E \cdot I} = \frac{(0,5) \cdot (3 \cdot m) \cdot (75 \times 10^3 \cdot N \cdot m)}{(207 \times 10^9 \cdot Pa) \cdot (16,5 \times 10^{-6} \cdot m^4)}$$

$$\theta = 0.03294$$

Konversikan ke derajat, diperoleh:

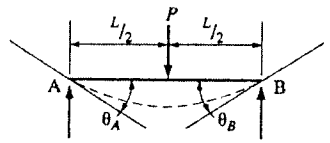
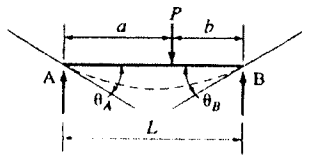
θ = 0,03294 x 57,3 = $1,8875^0$

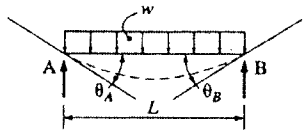
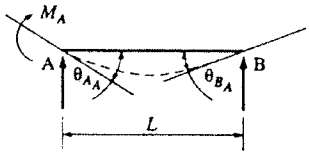
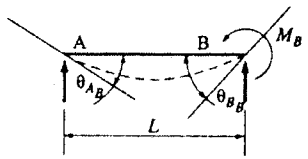
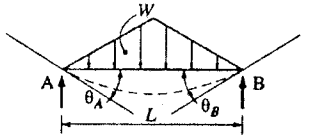


Gambar 10.10 Diagram Kurva Elastis dan Momen Bending

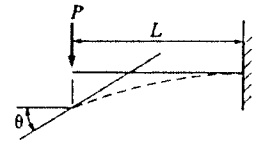
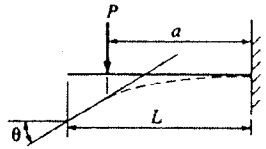
Sudut kemiringan beberapa jenis pembebanan balok (balok dua tumpuan dan balok kantilever) dapat dilihat pada Tabel 10.1 dan Tabel 10.2 di bawah ini.

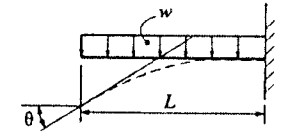
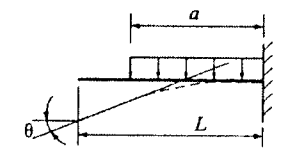
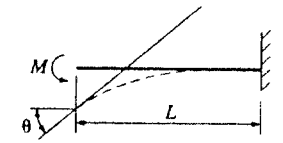
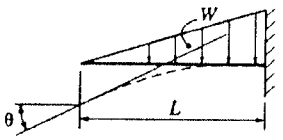
Tabel 10.1 Sudut Kemiringan Balok pada Dua Tumpuan

Kasus	Balok Tumpuan Sederhana dan Beban	Kemiringan pada Tumpuan
1		$\theta_A = \theta_B = \frac{PL^2}{16EI}$
2		$\theta_A = \frac{Pb(L^2 - b^2)}{6LEI}$ $\theta_B = \frac{Pab(2L - b)}{6LEI}$

3		$\theta_A = \theta_B = \frac{wL^3}{24EI}$
4		$\theta_{A_A} = \frac{M_A L}{3EI}$ $\theta_{B_A} = \frac{M_A L}{6EI}$
5		$\theta_{A_B} = \frac{M_B L}{6EI}$ $\theta_{B_B} = \frac{M_B L}{3EI}$
6		$\theta_A = \theta_B = \frac{5WL^2}{96EI}$

Tabel 10.2 Sudut Kemiringan Balok Kantilever

Kasus	Balok Kantilever dan Pembebanan	Kemiringan pada Ujung Bebas
1		$\theta = \frac{PL^2}{2EI}$
2		$\theta = \frac{Pa^2}{2EI}$

3		$\theta = \frac{wL^3}{6EI}$
4		$\theta = \frac{wa^3}{6EI}$
5		$\theta = \frac{ML}{EI}$
6		$\theta = \frac{WL^2}{12EI}$

CONTOH SOAL 10.4

Besi channels C230 x 0.196 terbuat dari *wrought iron* menyangga beban seperti pada Gambar 10.11. Tentukan lendutan maksimum yang terjadi. Abaikan berat balok, apakah desain balok dapat dipakai (dari sudut pandang keteknikan)?

PENYELESAIAN

Reaksi di titik A dan C:

$\sum$ momen di titik A:

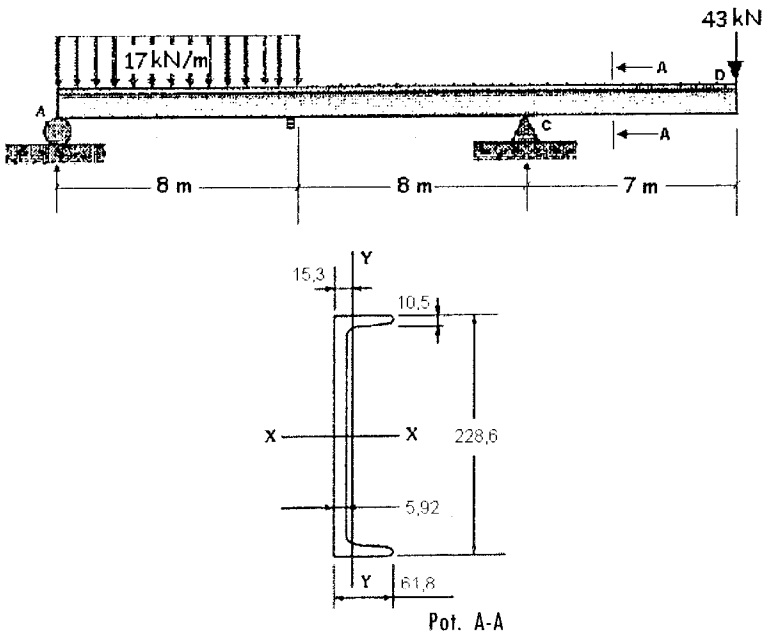
$$R_C := \frac{\left(17\cdot 10^3\cdot \frac{N}{m}\cdot 8\cdot m\cdot 4\cdot m\right)+\left(43\cdot 10^3\cdot N\cdot 23\cdot m\right)}{16\cdot m}$$

$$R_C = 9.581\times 10^4\,N$$

$\sum$ momen di titik C:

$$R_a := \frac{\left(17\cdot 10^3\cdot \frac{N}{m}\cdot 8\cdot m\cdot 12\cdot m\right)-\left(43\cdot 10^3\cdot N\cdot 7\cdot m\right)}{16\cdot m}$$

$$R_a = 8.319\times 10^4\,N$$



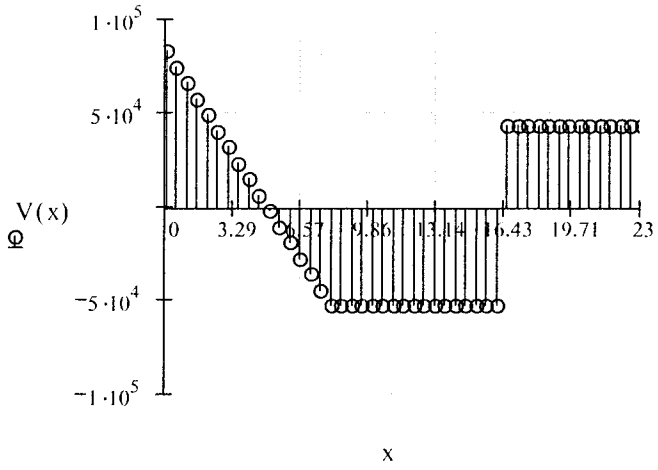
Gambar 10.11 Konstruksi Pembebanan Balok Contoh 10.4

Persamaan gaya geser dan momen bending

pada penampang balok:

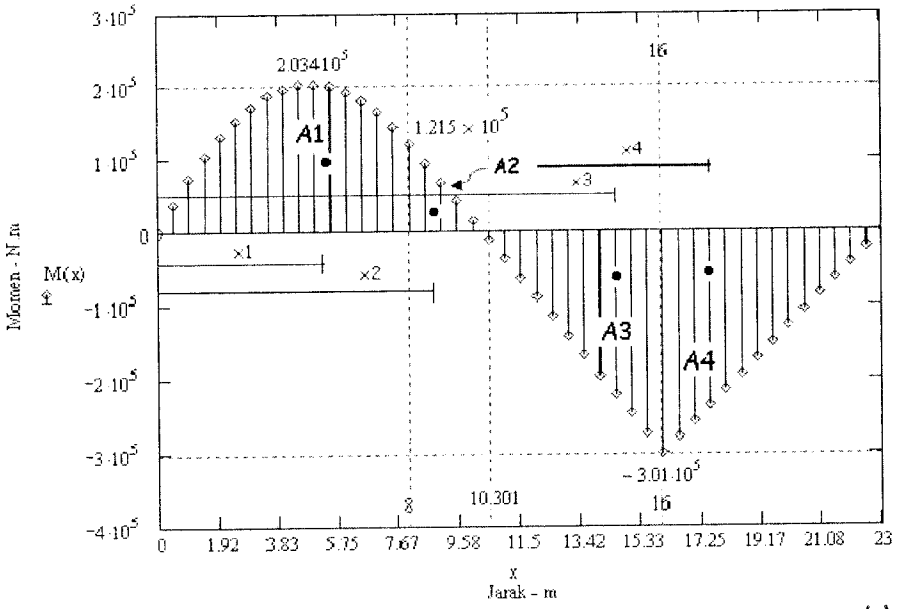
$$x := 0, 0.5..23$$

$$V(x) := \begin{cases} V \leftarrow Ra - 17\cdot 10^3\cdot N\cdot x & \text{if } 0 \le x \le 8 \\ V \leftarrow Ra - 136\cdot 10^3\cdot N & \text{if } 8 \le x \le 16 \\ V \leftarrow Ra - 135\cdot 10^3\cdot N + Rc & \text{if } 16 < x \le 23 \end{cases}$$



(a)

$$M(x) := \begin{cases} M \leftarrow \left(83.19\cdot x - 8.5\cdot x^2\right)\cdot 10^3\cdot N & \text{if } 0 \le x \le 8 \\ M \leftarrow (-52.81\cdot x + 544)\cdot 10^3\cdot N & \text{if } 8 \le x \le 16 \\ M \leftarrow (43\cdot x - 988.96)\cdot 10^3\cdot N & \text{if } 16 \le x \le 23 \end{cases}$$



Gambar 10.12 Diagram Gaya Geser dan Momen Bending

A1 adalah luasan parabola sedangkan A2, A3 dan A4 adalah segitiga (lihat Gambar 10.10b) maka:

$$A_1 := \int_0^8 83.19 \cdot x - 8.5 \cdot x^2 \, dx \qquad A_1 = 1.211 \times 10^3 \qquad A_1 := 1.211 \cdot 10^3 \cdot \left(kg\,m^3\,s^{-2}\right)$$

$$A_2 := 0.5 \cdot (10.301 - 8) \cdot m \cdot \left(1.215 \cdot 10^5 \cdot N \cdot m\right) \qquad A_2 = 1.398 \times 10^5\, kg\,m^3\,s^{-2}$$

$$A_3 := 0.5 \cdot (16 - 10.301) \cdot m \cdot \left(3.01 \cdot 10^5 \cdot N \cdot m\right) \qquad A_3 = 8.577 \times 10^5\, kg\,m^3\,s^{-2}$$

$$A_4 := 0.5 \cdot (23 - 16) \cdot m \cdot \left(3.01 \cdot 10^5 \cdot N \cdot m\right) \qquad A_4 = 1.054 \times 10^6\, kg\,m^3\,s^{-2}$$

Jarak dari pusat (centroid):

$$x_1 := \frac{3}{8} \cdot 8 \cdot m \qquad x_1 = 3m$$

$$x_2 := 8 \cdot m + \frac{1}{3} \cdot (10.301 - 8) \cdot m \qquad x_2 = 8.767m$$

$$x_3 := 10.301 \cdot m + \frac{2}{3} \cdot (16 - 10.301) \cdot m \qquad x_3 = 14.1m$$

$$x_4 := 16 \cdot m + \frac{1}{3} \cdot (23 - 16) \cdot m \qquad x_4 = 18.333m$$

Balok yang digunakan channels C230 x 0.196 terbuat dari *wrought iron*. Dari Apendiks H dan F diperoleh:

$$E := 190 \cdot 10^9 \cdot Pa \qquad I := 19.9 \cdot 10^{-6} \cdot m^4$$

Lendutan maksimum:

$$yAD := \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + A_4 \cdot x_4}{E \cdot 1}$$

$$yAD := 8.632m$$

Lendutan yang diijinkan $\left(\Delta_{all}\right)$:

$$span := 23 \cdot m$$

$$\Delta_{all} := \frac{span}{360} \qquad \Delta_{all} := 0.664m$$

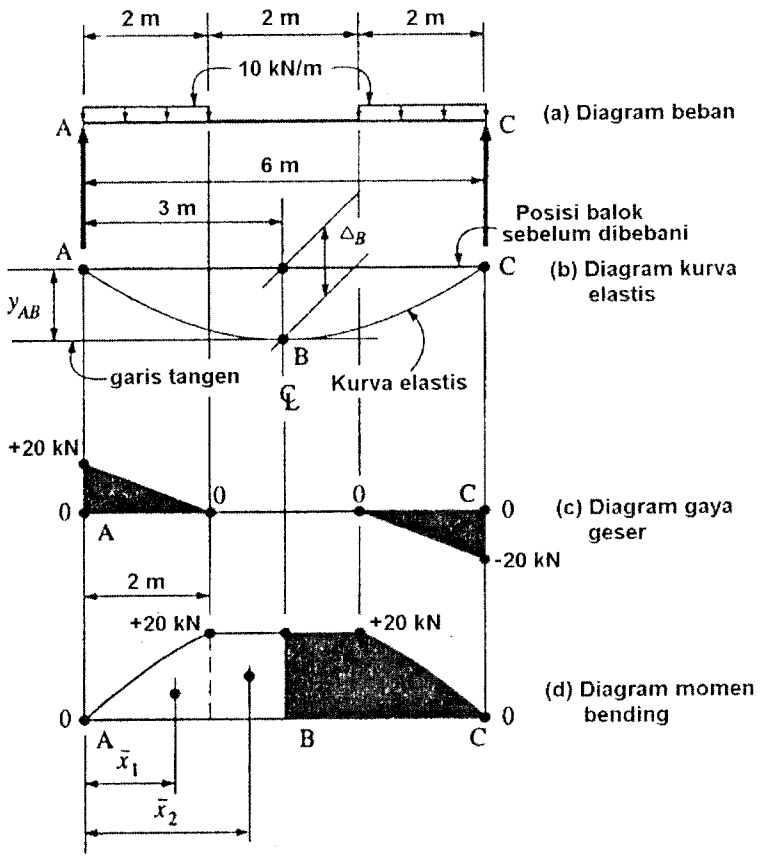
karena $yAD > \Delta_{all}$, maka balok tidak dapat digunakan.

CONTOH SOAL 10.5

Tentukan lendutan maksimum di bagian tengah (*midspan*) balok tumpuan sederhana simetris pada Gambar 10.13. Balok yang akan digunakan adalah baja struktural wide-flange W150 x 0,18. Abaikan berat balok.

PENYELESAIAN

Lendutan maksimum terjadi pada titik B. Karena posisi balok sebelum dibebani juga mendatar maka $y_{AB} = \Delta_B$ sehingga untuk menentukan y_{AB} digunakan teorema luas momen persamaan (10.4).



Gambar 10.13 Diagram Balok

Luas diagram momen bending di antara titik A dan B dipecah menjadi dua bentuk geometri: parabola dan persegi panjang sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 10.11(d). Kedua luasan dihitung sebagai berikut (mengacu Tabel 4.1):

$$A_1 = \frac{2}{3}bh = \frac{2}{3}\cdot(2)\cdot\left(20\times10^3\right) = 26.666{,}67\cdot N\cdot m^2$$

$$A_2 = bh = 1\cdot\left(20\times10^3\right) = 20.000\cdot N\cdot m^2$$

Jarak sentroid masing-masing luasan ke titik A dihitung sebagai berikut:

$$\bar{x}_1 = \frac{5}{8}(2) = 1{,}25\cdot m$$

$$\bar{x}_2 = 2 + 0{,}5 = 2{,}5\cdot m$$

$$y_{AB} = \frac{A_m\cdot\bar{x}}{E\cdot I} = \frac{\left(A_1\bar{x}_1 + A_2\bar{x}_2\right)}{E\cdot I}$$

$$y_{AB} := \frac{\left(26666.67\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot1.25\cdot\text{m}\right)+\left(20000\cdot\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot2.5\cdot\text{m}\right)}{207\cdot10^9\cdot\text{Pa}\cdot9.2\cdot10^{-6}\cdot\text{m}^4}$$

$$y_{AB} := 0.044\text{m}$$

y_{AB} bernilai positif, yaitu 44 mm. Ini karena kita menganggap lendutan ke bawah berharga positif.

CONTOH SOAL 10.6

Balok pada Contoh 9.2 (Gambar 9.7). dengan mengabaikan berat balok, tentukan lendutan balok.

PENYELESAIAN

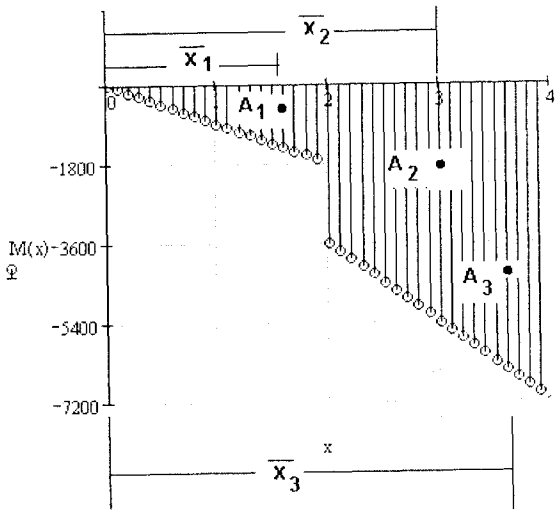
Diagram momen bending adalah:

Luas dari momen diagram pada gambar di atas dibagi menjadi 3, masing-masing 2 bangun segitiga dan 1 bangun bentuk persegi. Luas dihitung sebagai berikut:

$A_1 := 0.5\cdot2\cdot\text{m}\cdot(-1800\cdot\text{N}\cdot\text{m})$ $\quad A_1 = -1.8\times10^3\,\text{kgm}^3\text{s}^{-2}$

$A_2 := 2\cdot\text{m}\cdot(-3600\cdot\text{N}\cdot\text{m})$ $\quad A_2 = -7.2\times10^3\,\text{kgm}^3\text{s}^{-2}$

$A_3 := 0.5\cdot2\cdot\text{m}\cdot(-3600\cdot\text{N}\cdot\text{m})$ $\quad A_3 = -7.2\times10^3\,\text{kgm}^3\text{s}^{-2}$



Gambar 10.14 Diagram Luas Momen

Jarak dari titik pusat (sentroid) dihitung sebagai berikut:

$$x_1 := \frac{2}{3}\cdot 2\cdot m \qquad x_1 = 1.333m$$

$$x_2 := 2\cdot m + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot m \qquad x_2 = 3m$$

$$x_3 := 2\cdot m + \frac{2}{3}\cdot 2\cdot m \qquad x_3 = 3.333m$$

Dari Apendiks H dan E didapat:

$$E := 200\cdot 10^9\cdot Pa \qquad I = 3.01\cdot 10^{-6}\cdot m^4$$

Lendutan maksimum pada ujung bebas y_{AB}:

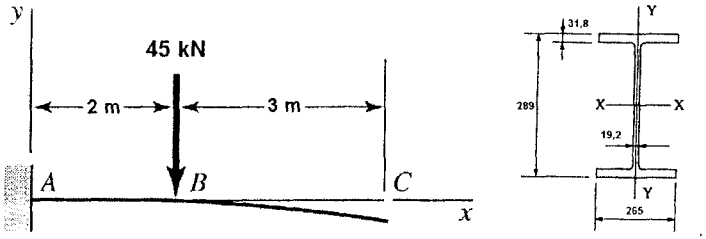
$$yAC := \frac{A_1\cdot x_1 + A_2\cdot x_2 + A_3\cdot x_3}{E\cdot 1} \qquad yAC = -5.98\times 10^{-2}\,m$$

$$\Delta_{AC} = 5.98\times 10^{-2}\,m \qquad \Delta_{AC} := -yAC$$

Jadi lendutan maksimum adalah 5.98 cm.

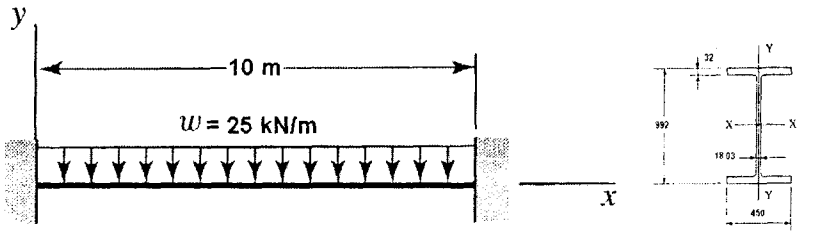
LATIHAN SOAL

1. Sebuah balok kantilever menyangga beban seperti pada Gambar 10.15 di bawah ini. Tentukan jari-jari lengkungan (R) dan besar sudut lengkungan (θ) jika balok yang digunakan adalah W250 x 1,63 terbuat dari baja karbon ASTM A36.



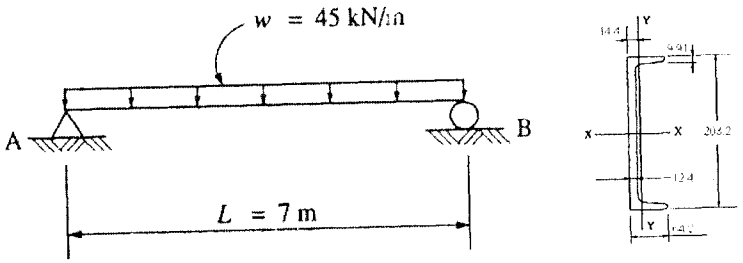
Gambar 10.15 Konstruksi Balok Soal No. 1

2. Sebuah balok W460 x 0,58 dari baja paduan ASTM A441 direncanakan untuk menopang beban merata tumpuan tetap sebagaimana ditunjukkan Gambar 10.16. Tentukan jari-jari lengkungan (R) dan lendutan maksimum yang terjadi (θ).



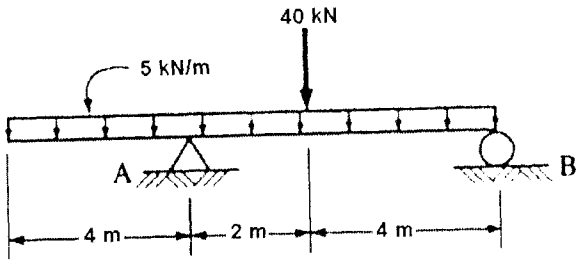
Gambar 10.16 Konstruksi Balok Soal No. 2

3. Suatu balok dari channels C230 x 0.196 terbuat dari wrought iron memikul beban merata 45 kN/m sebagaimana tampak pada Gambar 10.17. Tentukan jari-jari lengkungan (R), besar sudut lengkungan (θ) dan lendutan maksimum yang terjadi.



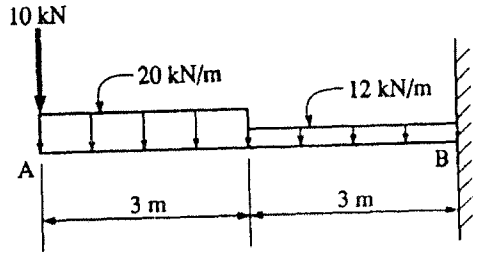
Gambar 10.17 Konstruksi Balok Soal No. 3

4. Sebuah batang baja lebar 75 mm, tebal 25 mm, dan panjang 10 m digunakan sebagai balok tumpuan beban yang ditunjukkan pada Gambar 10.18. Tentukan lendutan maksimum yang terjadi.



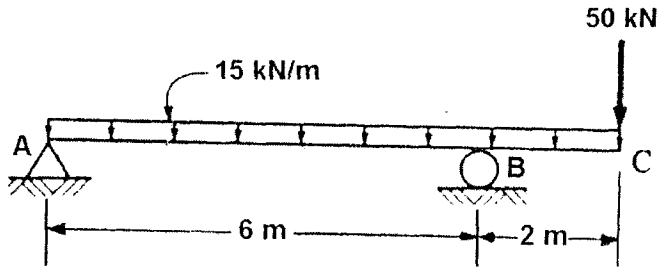
Gambar 10.18 Pembebanan Balok Soal No. 4

5. Balok W530 x 1,21 digunakan untuk menumpu beban seperti ditunjukkan Gambar 10.19, beban terpusat 10 kN dan beban merata 20 kN dan 12 kN. Lendutan ijin adalah $^1/_{360}$ panjang span. Apakah desain balok dapat dipakai?



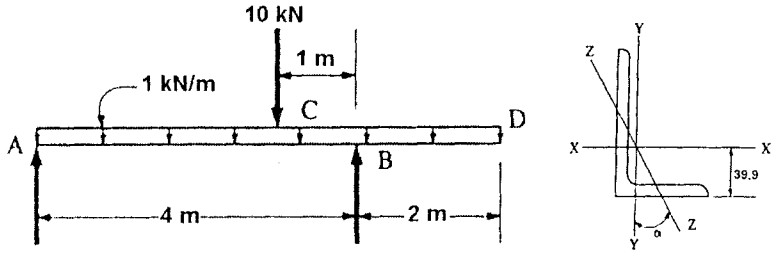
Gambar 10.19 Pembebanan Balok Soal No. 5

6. Balok W300 x 0,23 digunakan untuk menumpu beban seperti ditunjukkan Gambar 10.20, beban terpusat 50 kN dan beban merata 15 kN. Lendutan ijin adalah $^1/_{360}$ panjang span. Apakah desain balok dapat dipakai? Jika tidak, tentukan balok wide-flange paling ringan yang mampu menumpu beban.



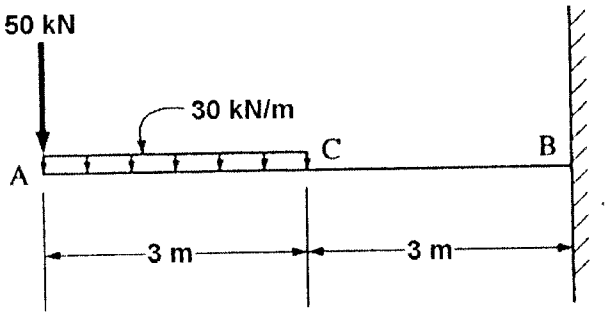
Gambar 10.20 Pembebanan Balok Soal No. 6

7. Sebuah balok siku L127 x 127 x 22,2 terbuat dari besi cor (*cast iron*) dibebani sebagaimana ditunjukkan Gambar 10.21. Lendutan ijin adalah $^1/_{360}$ panjang span (6 m). Tentukan lendutan maksimum yang terjadi. Apakah desain balok dapat dipakai?



Gambar 10.21 Diagram Beban Soal 7

8. Suatu balok baja struktural wide flange W690 x 1,66 dibebani sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 10.22. Tentukan sudut kemiringan dan lendutan pada ujung bebas balok.



Gambar 10.22 Pembebanan Balok Soal No. 8

DAFTAR PUSTAKA

Bolton, W, 1999, *Mechanical Science for Techicians*, Butterworth & Co., Canada

Mathsoft Engineering & Education, Inc., 2001, *User's Guide Mathcad*, 2001i ver.

Nash, William A., *Strength of Materials*, 1987, Schaums's Outline Series, 5th ed., McGraw-Hill Int. Book Comp., Singapore

Peurifoy, Rober L; Ledbetter, W.B., 1988, *Perencanaan, Peralatan, dan Metode Konstruksi*, Terj. Djoko Martono, Jilid 1, Erlangga, Jakarta

Roylance, David, 2000, *Statics of Bending: Shear and Bending Moment Diagrams*, Department of Materials Science and Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139

Riley, William F.; Sturges, Leroy D.; Morris, Don H., 1995, *Statics and Mechanics of Materials*, John Wiley & Sons, New York, USA

Shigley, Joseph E.; Miscke, Charles R.; Budynas, Richard G., 2004, *Mechanical Engineering Design*, 7th edition, McGraw Hill, New York, USA

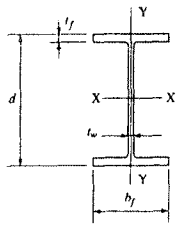
Singer, Ferdinand L.; Pytel, Andrew, 1996, *Strength of Materials*, McGraw Hill Book Comp, 5th ed., Nerw York, Pensylvania.

Spiegel, Leonard; Limbrugner, George F., 1995, *Applied Statics and Strength of Materials*, 2nd ed., Prentice Hall Inc., A Simon & Schuster Comp., Upper Saddle River, New Jersey 07458, USA

Surdia, Tata; Saito, Shinroku, 2000, *Pengetahuan Bahan Teknik*, Pradnya Paramita, Jakarta, Indonesia

www.science howstuffworks.com

APENDIKS A
WIDE FLANGE (BENTUK - W)
DIMENSI DAN SIFAT



Deskripsi *mm* × *kN/m*	A m^2 $\times 10^{-3}$	d *mm*	t_w *mm*	b_f *mm*	t_f *mm*	I_x m^4 $\times 10^{-6}$	S_x m^3 $\times 10^{-3}$	r_x *mm*	I_y m^4 $\times 10^{-6}$	S_y m^3 $\times 10^{-3}$	r_y *mm*
W1120 × 4.16	54.1	1118	26.01	300	45.01	10240	18.4	434	204	1.36	61.5
W1120 × 3.27	42.5	1100	19.99	300	35.97	7990	14.6	434	163	1.08	62.0
W1020 × 9.56	123.9	1108	50.04	428	89.92	23500	42.4	437	1190	5.56	98.0
W1020 × 7.75	100.7	1075	40.89	419	73.91	18440	34.2	429	916	4.36	95.3
W1020 × 6.36	82.6	1050	34.04	412	60.96	14730	28.0	422	716	3.47	93.2
W1020 × 4.79	62.2	1016	23.11	455	43.94	11160	22.0	424	691	3.03	105
W1020 × 3.91	50.8	1000	19.05	451	35.94	8950	17.9	419	549	2.44	104
W1020 × 3.56	46.3	992	18.03	450	32.00	7990	16.1	417	487	2.16	103
W1020 × 2.67	34.6	990	16.51	300	30.99	5540	11.2	399	140	0.932	63.5
W910 × 12.4	160.7	1078	64.01	461	115.1	28100	51.9	417	1894	8.21	108
W910 × 9.49	122.6	1028	50.04	446	82.92	20400	39.7	406	1344	6.01	105
W910 × 7.69	99.4	996	40.89	437	73.91	15940	32.0	401	1036	4.74	102
W910 × 6.41	82.6	972	34.54	431	61.98	12900	26.5	396	828	3.85	100
W910 × 5.24	67.7	950	28.45	425	51.05	10320	21.6	391	653	3.08	98.3
W910 × 4.38	57.0	933	24.0	423	42.7	8450	18.2	386	541	2.56	97.3
W910 × 3.79	49.4	921	21.3	420	36.6	7200	15.6	381	454	2.16	96.0
W910 × 3.36	43.6	912	19.3	418	32.0	6240	13.7	378	391	1.87	94.7
W910 × 2.83	36.8	927	19.4	308	32.0	5040	10.9	371	156	1.01	65.0
W910 × 2.48	32.3	919	17.3	306	27.9	4370	9.50	368	133	0.872	64.3
W910 × 2.19	28.5	911	15.9	304	23.9	3770	8.26	363	112	0.739	62.7
W840 × 6.19	80.0	923	35.1	414	63.0	11200	24.3	373	749	3.62	96.8
W840 × 4.64	60.3	893	26.4	406	48.0	8120	18.2	366	537	2.64	94.2
W840 × 3.52	45.7	868	21.1	403	35.6	5910	13.6	358	388	1.93	92.2
W840 × 2.93	38.1	855	18.2	400	29.2	4790	11.2	356	312	1.56	90.4
W840 × 2.06	26.8	846	15.4	293	24.4	3100	7.34	340	102	0.700	61.7
W840 × 1.72	22.4	835	14.0	292	18.8	2460	5.88	330	77.8	0.534	58.9

Deskripsi mm × kN/m	A m^2 $\times 10^{-3}$	d mm	t_w mm	b_f mm	t_f mm	I_x m^4 $\times 10^{-6}$	S_x m^3 $\times 10^{-3}$	r_x mm	I_y m^4 $\times 10^{-6}$	S_y m^3 $\times 10^{-3}$	r_y mm
W760 × 5.71	73.6	843	34.5	396	62.0	8620	20.5	343	645	3.24	93.5
W760 × 4.26	55.3	813	25.9	387	47.0	6200	15.2	335	458	2.36	90.9
W760 × 2.79	36.2	779	18.0	382	30.1	3820	9.80	325	280	1.47	87.9
W760 × 1.93	25.1	770	15.6	268	25.4	2400	6.23	310	81.6	0.610	57.2
W760 × 1.69	22.1	762	14.4	267	21.6	2050	5.39	305	68.3	0.513	55.6
W760 × 1.58	20.5	758	13.8	266	19.3	1860	4.90	302	60.8	0.457	54.6
W760 × 1.44	18.8	753	13.2	265	17.0	1660	4.41	297	53.3	0.401	53.3
W690 × 4.48	58.2	752	29.5	367	53.09	5450	14.5	305	437	2.39	86.9
W690 × 3.43	44.6	728	23.1	360	40.89	4020	11.0	300	320	1.77	84.6
W690 × 2.35	30.6	701	16.8	356	27.4	2610	7.46	292	207	1.16	82.3
W690 × 1.66	21.6	693	14.5	256	23.6	1700	4.90	279	66.2	0.516	55.4
W690 × 1.37	17.9	684	12.4	254	18.9	1360	3.98	277	51.6	0.406	53.8
W610 × 6.57	85.2	739	46.0	354	83.0	7120	19.2	290	620	3.51	85.3
W610 × 4.47	57.9	689	32.0	340	57.9	4450	12.9	277	383	2.25	81.3
W610 × 3.02	39.2	653	22.1	330	39.9	2840	8.70	269	241	1.46	78.2
W610 × 2.36	30.8	635	17.9	329	31.0	2150	6.78	264	184	1.12	77.5
W610 × 1.91	24.8	622	15.4	327	24.4	1670	5.39	259	142	0.869	75.4
W610 × 1.52	19.7	611	12.7	324	19.0	1290	4.23	257	108	0.667	73.9
W610 × 1.23	15.9	612	11.9	229	19.6	986	3.21	249	39.3	0.342	49.5
W610 × 1.11	14.5	608	11.2	228	17.3	874	2.88	246	34.3	0.302	48.8
W610 × 0.905	11.7	603	10.9	179	15.0	645	2.15	234	14.4	0.161	35.1
W530 × 2.15	27.8	560	18.3	318	29.2	1510	5.39	233	157	0.985	74.9
W530 × 1.78	23.2	551	15.2	315	24.4	1230	4.47	231	127	0.806	74.2
W530 × 1.47	19.2	543	12.7	312	20.3	1010	3.72	229	103	0.660	73.4
W530 × 1.21	15.7	544	13.1	212	21.2	762	2.80	220	33.9	0.320	46.5
W530 × 1.07	13.9	539	11.6	211	18.8	666	2.47	219	29.4	0.279	46.0
W530 × 0.90	11.8	533	10.2	209	15.6	554	2.08	217	23.9	0.228	45.0
W530 × 0.73	9.48	529	9.7	166	13.6	410	1.55	208	10.4	0.125	33.0
W460 × 1.74	22.6	482	16.6	286	26.9	912	3.79	201	105	0.736	68.3
W460 × 1.42	18.4	472	13.6	283	22.1	728	3.08	199	83.7	0.592	67.3
W460 × 1.11	14.4	463	10.8	280	17.3	554	2.39	196	63.3	0.452	66.3
W460 × 1.04	13.4	469	12.6	194	20.6	487	2.08	191	25.1	0.259	43.2
W460 × 0.88	11.4	463	10.5	192	17.7	410	1.77	190	20.9	0.218	42.9
W460 × 0.73	9.48	457	9.0	190	14.5	333	1.46	187	16.7	0.175	41.9
W460 × 0.58	7.61	455	8.0	153	13.3	255	1.12	183	7.95	0.104	32.3

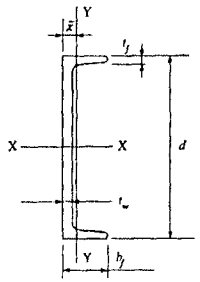
Deskripsi mm × kN/m	A m^2 $\times 10^{-3}$	d mm	t_w mm	b_f mm	t_f mm	I_x m^4 $\times 10^{-6}$	S_x m^3 $\times 10^{-3}$	r_x mm	I_y m^4 $\times 10^{-6}$	S_y m^3 $\times 10^{-3}$	r_y mm
W410 × 1.46	19.0	431	14.9	265	25.0	620	2.87	180	77.4	0.585	63.8
W410 × 1.12	14.6	420	11.6	261	19.3	462	2.20	178	57.4	0.441	62.7
W410 × 0.83	10.8	417	10.9	181	18.2	316	1.51	171	17.9	0.198	40.6
W410 × 0.66	8.58	410	8.8	179	14.4	244	1.19	169	13.7	0.153	39.9
W410 × 0.53	6.84	403	7.5	177	10.9	186	0.926	165	10.2	0.115	38.6
W410 × 0.38	4.95	399	6.4	140	8.8	125	0.629	159	3.99	0.0572	28.4
W360 × 10.65	139	569	78.0	454	124.7	5950	21.0	208	1960	8.64	119
W360 × 8.83	115	531	65.9	442	105.7	4500	17.0	198	1530	6.93	116
W360 × 7.30	94.8	498	55.6	432	88.9	3420	13.7	190	1200	5.56	113
W360 × 5.81	75.5	465	45.0	421	72.3	2500	10.7	182	903	4.29	109
W360 × 4.54	59.0	435	35.8	412	57.4	1800	8.29	175	670	3.26	107
W360 × 3.40	44.2	407	27.2	404	43.7	1250	6.15	168	479	2.38	104
W360 × 2.57	33.4	387	21.1	398	33.3	891	4.60	163	349	1.75	102
W360 × 1.93	25.1	372	16.4	374	26.2	637	3.42	160	228	1.22	95.5
W360 × 1.59	20.6	364	13.3	371	21.8	516	2.83	158	186	1.00	94.7
W360 × 1.31	17.1	356	11.2	369	18.0	416	2.34	156	151	0.818	94.0
W360 × 1.08	14.1	360	11.4	256	19.9	331	1.84	153	55.8	0.436	63.0
W360 × 0.89	11.5	353	9.5	254	16.4	266	1.51	152	44.5	0.352	62.2
W360 × 0.70	9.10	350	8.6	204	15.1	202	1.15	149	21.4	0.210	48.5
W360 × 0.55	7.23	358	7.9	172	13.1	160	0.895	149	11.1	0.129	39.4
W360 × 0.50	6.45	355	7.2	171	11.6	142	0.796	148	9.70	0.113	38.9
W360 × 0.44	5.71	352	6.9	171	9.8	121	0.688	146	8.16	0.0954	37.8
W360 × 0.32	4.19	349	5.8	127	8.5	82.8	0.475	141	2.91	0.0459	26.4
W300 × 4.90	63.7	427	45.1	340	75.1	1690	7.91	163	495	2.90	88.1
W300 × 4.07	52.8	403	38.9	334	62.7	1290	6.44	156	390	2.34	85.9
W300 × 3.36	43.7	382	32.6	328	52.6	1010	5.26	152	309	1.88	84.1
W300 × 2.48	32.3	356	24.4	319	39.6	690	3.85	146	215	1.35	81.8
W300 × 1.98	25.7	341	20.1	315	31.7	516	3.05	142	166	1.05	80.3
W300 × 1.40	18.2	323	14.0	309	22.9	347	2.15	138	112	0.728	78.5
W300 × 1.05	13.6	311	10.9	306	17.0	249	1.60	135	81.2	0.531	77.2
W300 × 0.85	11.0	310	9.1	254	16.3	198	1.28	134	44.5	0.351	63.8
W300 × 0.73	9.48	310	9.4	205	16.3	164	1.06	132	23.4	0.228	49.8
W300 × 0.58	7.61	303	7.5	203	13.1	129	0.850	130	18.4	0.180	49.0
W300 × 0.44	5.67	313	6.6	166	11.2	99.1	0.633	132	8.45	0.102	38.6
W300 × 0.32	4.18	313	6.6	102	10.8	64.9	0.416	125	1.94	0.0379	21.5
W300 × 0.23	3.04	305	5.6	101	6.7	42.9	0.280	119	1.17	0.0231	19.6

Deskripsi *mm × kN/m*	A $m^2 \times 10^{-3}$	d *mm*	t_w *mm*	b_f *mm*	t_f *mm*	I_x $m^4 \times 10^{-6}$	S_x $m^3 \times 10^{-3}$	r_x *mm*	I_y $m^4 \times 10^{-6}$	S_y $m^3 \times 10^{-3}$	r_y *mm*
W250 × 1.63	21.2	289	19.2	265	31.8	298	2.06	118	98.2	0.742	68.1
W250 × 1.28	16.7	275	15.4	261	25.1	222	1.61	115	74.5	0.570	66.8
W250 × 0.99	12.9	264	11.9	257	19.6	164	1.24	113	55.8	0.433	65.8
W250 × 0.79	10.2	256	9.4	255	15.6	126	0.983	111	42.9	0.338	65.0
W250 × 0.66	8.58	257	8.9	204	15.7	103	0.805	110	22.2	0.218	51.1
W250 × 0.48	6.26	247	7.4	202	11.0	70.8	0.574	106	15.2	0.151	49.3
W250 × 0.32	4.19	258	6.1	146	9.1	49.1	0.380	108	4.75	0.0651	33.8
W250 × 0.25	3.22	257	6.1	102	8.4	34.1	0.266	103	1 48	0.0292	21.5
W250 × 0.18	2.28	251	4.8	101	5.3	22.4	0.179	99.1	0.907	0.0180	19.9
W200 × 0.85	11.0	222	13.0	209	20.6	94.9	0.852	92.7	31.3	0.300	53.3
W200 × 0.58	7.55	210	9.1	205	14.2	60.8	0.582	89.7	20.4	0.200	51.8
W200 × 0.45	5.89	203	7.2	203	11.0	45.8	0.451	88.1	15.4	0.152	51.3
W200 × 0.35	4.57	201	6.2	165	10.2	34.5	0.342	86.9	7.62	0.0923	40.9
W200 × 0.26	3.39	207	5.8	133	8.4	25.8	0.249	87.1	3.32	0.0498	31.2
W200 × 0.19	2.48	203	5.8	102	6.5	16.5	0.162	81.5	1.14	0.0225	21.4
W150 × 0.36	4.47	162	8.1	154	11.6	22.2	0.274	68.6	7.12	0.0919	38.6
W150 × 0.22	2.86	152	5.8	152	6.6	12.1	0.159	65.0	3.88	0.0510	37.1
W150 × 0.18	2.29	153	5.8	102	7.1	9.2	0.120	63.2	1.24	0.0246	23.3
W130 × 0.28	3.57	131	6.9	128	10.9	10.9	0.167	55.1	3.80	0.0595	32.5
W100 × 0.19	2.47	106	7.1	103	8.76	4.7	0.089	43.7	1.61	0.0311	25.4

APENDIKS B
PIPADIMENSI DAN SIFAT

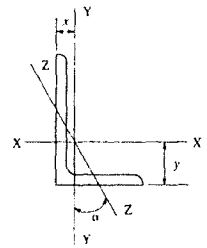
Diameter Nominal *mm*	Diameter Luar *mm*	Diameter Dalam *mm*	Tebal Dinding *mm*	Berat *kN/m* $\times 10^{-3}$	A $m^2 \times 10^{-3}$	I $m^4 \times 10^{-6}$	S $m^3 \times 10^{-6}$	r *mm*
Pipa Standard								
50	60.33	52.50	3.91	53.3	0.690	0.277	9.19	20.0
65	73.03	62.71	5.16	84.5	1.097	0.637	17.37	24.1
75	88.90	77.93	5.49	110.6	1.439	1.257	28.2	29.5
90	101.6	90.12	5.74	132.9	1.729	1.994	39.2	34.0
100	114.3	102.3	6.02	157.5	2.05	3.01	52.6	38.4
125	141.3	128.2	6.55	213	2.77	6.33	89.3	47.8
150	168.3	154.1	7.11	277	3.60	11.70	139	57.2
205	219.1	202.7	8.18	417	5.42	30.2	275	74.5
255	273.1	254.5	9.27	591	7.68	67.0	490	93.2
305	323.9	304.8	9.53	723	9.42	116.1	718	111
Pipa Khusus								
50	60.33	49.25	5.54	73.3	0.955	0.361	12.0	19.5
65	73.03	59.00	7.01	111.8	1.452	0.799	22.0	23.5
75	88.90	73.66	7.62	149.6	1.948	1.619	36.5	29.0
90	101.6	85.45	8.08	182.4	2.37	2.61	51.5	33.3
100	114.3	97.18	8.56	219	2.85	4.00	70.0	37.6
125	141.3	122.3	9.53	303	3.94	8.62	122	46.7
150	168.3	146.3	10.97	417	5.42	16.86	200	55.6
205	219.1	193.7	12.70	633	8.26	44.1	401	73.2
255	273.1	247.7	12.70	799	10.39	88.2	646	92.2
305	323.9	298.5	12.70	955	12.39	150.7	929	110

APENDIKS C
CHANNELS(BENTUK-C)
DIMENSI DAN SIFAT



Deskripsi *mm × kN/m*	A m^2 $\times 10^{-3}$	d *mm*	t_w *mm*	b_f *mm*	Rata2 t_f *mm*	$\bar{x}$ *mm*	I_x m^4 $\times 10^{-6}$	S_x m^3 $\times 10^{-6}$	r_x *mm*	I_y m^4 $\times 10^{-6}$	S_y m^3 $\times 10^{-6}$	r_y *mm*
C380 × 0.730	9.48	381.0	18.2	94.4	16.5	20.3	168	882	133	4.58	61.9	22.0
C380 × 0.584	7.61	381.0	13.2	89.4	16.5	19.7	145	762	138	3.84	55.2	22.5
C380 × 0.495	6.43	381.0	10.2	86.4	16.5	20.0	131	688	143	3.38	51.0	23.0
C300 × 0.438	5.69	304.8	13.0	80.5	12.7	17.1	67.4	442	109	2.14	33.8	19.4
C300 × 0.365	4.74	304.8	9.83	77.4	12.7	17.1	59.9	395	113	1.86	30.8	19.8
C300 × 0.302	3.93	304.8	7.16	74.7	12.7	17.7	53.7	352	117	1.61	28.3	20.3
C250 × 0.438	5.69	254.0	17.1	77.0	11.1	16.5	42.9	339	86.9	1.64	27.0	17.0
C250 × 0.365	4.74	254.0	13.4	73.3	11.1	15.7	38.0	298	89.4	1.40	24.3	17.2
C250 × 0.292	3.79	254.0	9.62	69.6	11.1	15.4	32.8	259	93.0	1.17	21.6	17.6
C250 × 0.223	2.90	254.0	6.10	66.0	11.1	16.1	28.1	221	98.3	0.949	19.0	18.1
C230 × 0.292	3.79	228.6	11.4	67.3	10.5	14.8	25.3	221	81.8	1.01	19.2	16.3
C230 × 0.219	2.85	228.6	7.24	63.1	10.5	14.9	21.2	185	86.4	0.803	16.6	16.8
C230 × 0.196	2.54	228.6	5.92	61.8	10.5	15.3	19.9	174	88.4	0.733	15.8	17.0
C200 × 0.274	3.55	203.2	12.4	64.2	9.91	14.4	18.3	180	71.6	0.824	16.6	15.2
C200 × 0.201	2.61	203.2	7.70	59.5	9.91	14.0	15.0	148	75.9	0.637	14.0	15.6
C200 × 0.168	2.18	203.2	5.59	57.4	9.91	14.5	13.6	133	79.0	0.549	12.8	15.9
C180 × 0.215	2.79	177.8	10.6	58.4	9.30	13.5	11.3	127	63.8	0.574	12.8	14.3
C180 × 0.179	2.32	177.8	7.98	55.7	9.30	13.3	10.1	114	66.0	0.487	11.5	14.5
C180 × 0.143	1.85	177.8	5.33	53.1	9.30	13.7	8.87	99.6	69.1	0.403	10.2	14.8
C150 × 0.190	2.47	152.4	11.1	54.8	8.71	13.1	7.24	95.0	54.1	0.437	10.5	13.3
C150 × 0.153	1.99	152.4	7.98	51.7	8.71	12.7	6.33	82.9	56.4	0.360	9.24	13.4
C150 × 0.120	1.55	152.4	5.08	48.8	8.71	13.0	5.45	71.8	59.4	0.288	8.06	13.6

APENDIKS D
BESI SIKU
(ANGLE BAR – BENTUK L)



Deskripsi	*Wt.* *kN/m* × 10^{-3}	*A* m^2 × 10^{-3}	I_x m^4 × 10^{-6}	S_x m^3 × 10^{-6}	r_x *mm*	*y* *mm*	I_y m^4 × 10^{-6}	S_y m^3 × 10^{-6}	r_y *mm*	*x* *mm*	r_z *mm*	*Tan* α
L203 × 203 × 28.6	830	10.8	40.8	287	61.5	61.2	40.8	287	61.5	61.2	39.6	1.000
L203 × 203 × 19.1	568	7.35	29.0	200	62.7	57.9	29.0	200	62.7	57.9	40.1	1.000
L203 × 203 × 12.7	385	5.00	20.2	137	63.5	55.6	20.2	137	63.5	55.6	40.4	1.000
L203 × 152 × 25.4	645	8.39	33.6	247	63.2	67.3	16.2	146	43.9	41.9	32.5	0.543
L203 × 152 × 19.1	493	6.41	26.4	192	64.3	65.0	12.8	113	44.7	39.6	32.8	0.551
L203 × 152 × 12.7	336	4.35	18.4	131	65.0	62.7	9.03	78.5	45.5	37.3	33.0	0.558
L178 × 102 × 19.1	382	4.96	15.7	138	56.4	63.8	3.77	49.7	27.7	25.7	21.8	0.324
L178 × 102 × 12.7	261	3.39	11.1	95.2	57.2	61.5	2.72	34.7	28.2	23.3	22.1	0.335
L178 × 102 × 9.5	198	2.57	8.57	72.8	57.7	60.2	2.12	26.7	28.7	22.1	22.4	0.340
L152 × 152 × 25.4	546	7.10	14.8	140	45.7	47.2	14.8	140	45.7	47.2	29.7	1.000
L152 × 152 × 19.1	419	5.45	11.7	109	46.5	45.2	11.7	109	46.5	45.2	29.7	1.000
L152 × 152 × 15.9	353	4.59	10.1	92.8	46.7	43.9	10.1	92.8	46.7	43.9	30.0	1.000
L152 × 152 × 12.7	286	3.71	8.28	75.5	47.2	42.7	8.28	75.5	47.2	42.7	30.0	1.000
L152 × 102 × 19.1	344	4.48	10.2	102	47.8	52.8	3.61	48.7	28.4	27.4	21.8	0.428
L152 × 102 × 12.7	236	3.06	7.24	71.0	48.5	50.5	2.61	34.1	29.2	25.1	22.1	0.440
L152 × 102 × 9.5	179	2.33	5.62	54.4	49.0	49.3	2.04	26.2	29.7	23.9	22.3	0.446
L127 × 127 × 22.2	397	5.15	7.41	84.7	37.8	39.9	7.41	84.7	37.8	39.9	24.7	1.000
L127 × 127 × 12.7	236	3.06	4.70	51.8	39.1	36.3	4.70	51.8	39.1	36.3	25.0	1.000
L127 × 127 × 7.9	150	1.95	3.09	33.4	39.9	34.8	3.09	33.4	39.9	34.8	25.2	1.000
L127 × 89 × 19.1	289	3.75	5.79	70.1	39.4	44.5	2.31	36.4	24.8	25.3	19.0	0.464
L127 × 89 × 12.7	198	2.58	4.16	49.0	40.1	42.2	1.69	25.6	25.7	23.0	19.2	0.479
L127 × 89 × 7.9	127	1.65	2.75	31.8	40.9	40.4	1.13	16.7	26.2	21.3	19.5	0.489
L127 × 76 × 9.5	143	1.85	3.07	36.7	40.9	43.2	0.849	14.6	21.5	17.9	16.6	0.364
L127 × 76 × 6.4	96	1.25	2.13	25.1	41.1	42.2	0.599	10.1	21.9	16.7	16.8	0.371
L102 × 102 × 19.1	270	3.51	3.19	46.0	30.2	32.3	3.19	46.0	30.2	32.3	19.8	1.000
L102 × 102 × 9.5	143	1.85	1.81	24.9	31.2	29.0	1.81	24.9	31.2	29.0	20.0	1.000
L102 × 102 × 6.4	96	1.25	1.27	17.2	31.8	27.7	1.27	17.2	31.8	27.7	20.2	1.000
L102 × 89 × 12.7	174	2.26	2.21	31.8	31.2	31.8	1.58	24.9	26.4	25.4	18.3	0.750
L102 × 89 × 7.9	112	1.45	1.48	20.6	32.0	30.0	1.06	16.3	27.2	23.7	18.5	0.757
L102 × 76 × 12.7	162	2.10	2.10	31.0	31.8	33.8	1.01	18.4	21.9	21.0	16.2	0.543

DIMENSI DAN SIFAT

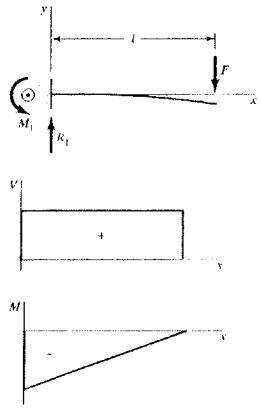
Deskripsi	*Wt.* *kN/m* $\times 10^{-3}$	*A* m^2 $\times 10^{-3}$	I_x m^4 $\times 10^{-6}$	S_x m^3 $\times 10^{-6}$	r_x *mm*	*y* *mm*	I_y m^4 $\times 10^{-6}$	S_y m^3 $\times 10^{-6}$	r_y *mm*	*x* *mm*	r_z *mm*	*Tan* α
L102 × 76 × 9.5	124	1.60	1.65	23.9	32.0	32.5	0.799	14.2	22.3	19.9	16.4	0.551
L102 × 76 × 6.4	85	1.09	1.15	16.4	32.5	31.5	0.566	9.82	22.8	18.7	16.5	0.558
L89 × 76 × 9.5	115	1.48	1.13	18.5	27.7	27.4	0.770	13.9	22.9	21.1	15.9	0.721
L89 × 76 × 6.4	79	1.01	0.795	12.7	28.2	26.4	0.541	9.65	23.2	19.9	16.0	0.727
L76 × 76 × 12.7	137	1.77	0.924	17.5	22.8	23.7	0.924	17.5	22.8	23.7	14.8	1.000
L76 × 76 × 7.9	89	1.15	0.629	11.6	23.4	22.0	0.629	11.6	23.4	22.0	15.0	1.000
L76 × 76 × 4.8	54	0.703	0.400	7.23	23.9	20.8	0.400	7.23	23.9	20.8	15.1	1.000
L76 × 64 × 9.5	96	1.24	0.691	13.3	23.6	24.3	0.433	9.52	18.7	17.9	13.3	0.676
L76 × 64 × 4.8	49	0.643	0.378	7.05	24.2	22.6	0.240	5.08	19.3	16.2	13.5	0.688
L76 × 51 × 9.5	86	1.12	0.637	12.8	23.9	26.4	0.226	6.08	14.2	13.7	10.9	0.428
L76 × 51 × 6.4	60	0.768	0.454	8.88	24.3	25.2	0.163	4.26	14.6	12.5	11.0	0.440
L64 × 64 × 6.4	60	0.768	0.293	6.46	19.5	18.2	0.293	6.46	19.5	18.2	12.5	1.000
L64 × 51 × 9.5	77	1.00	0.380	8.96	19.5	21.1	0.214	5.95	14.7	14.8	10.7	0.614
L51 × 51 × 9.5	69	0.877	0.199	5.75	15.1	16.2	0.199	5.75	15.1	16.2	9.88	1.000
L51 × 51 × 6.4	47	0.605	0.145	4.05	15.5	15.0	0.145	4.05	15.5	15.0	9.93	1.000
L51 × 51 × 3.2	24	0.312	0.079	2.15	15.9	13.9	0.079	2.15	15.9	13.9	10.1	1.000

APENDIKS E
SIFAT BEBERAPA BAHAN UMUM

Material	Berat *kN/m³*	Modulus Elastisitas *E* *MPa* $\times 10^3$	Modulus Kekakuan *G* *MPa* $\times 10^3$	Kekuatan Tarik [*Tensile Yield Strength*] *MPa*	Tegangan Maksimum (*Ultimate Strength*) *MPa*			Koefisien Ekspansi Thermal α *m/m/C°* $\times 10^{-6}$	*Poisson's Ratio* μ
					Tens.	*Comp.*	*Shear*		
Steel (carbon) ASTM A36 or A501	77.0	207	83	250	480			11.7	0.25
Steel (alloy) ASTM A441	77.0	207	83	310	450			11.7	0.25
Steel AISI 1020 hot-rolled	77.0	207	79.3	210	380			11.7	0.25
Steel AISI 1040 hot-rolled	77.0	207	79.3	290	520			11.7	0.25
Stainless steel (annealed)	77.0	200	80	280	580		410	11.7	0.25
Cast iron (gray)	70.7	100	41		140	550	220	10.6	0.26
Cast iron (malleable)	70.7	172	86	310	450	1510	330	11.9	0.27
Wrought iron	75.4	190	76	190	330	330	260	12.1	0.27
Aluminum alloy 6061-T6	25.9	70	28	240	290		190	23.0	0.33
Magnesium alloy	17.6	45	17	210	280		140	26.1	0.34
Titanium alloy	43.2	114	45	1030	1170		690	10.8	
Brass (rolled)	84.0	97	41	340	410		340	18.7	0.34
Bronze (cast)	84.0	83	34	170	230	390		18.2	0.35
Copper (hard drawn)	86.4	103	41	280	380		260	16.7	0.35
Concrete	23.6	21.5				21		9.9	0.20
Concrete	23.6	24.9				28		9.9	0.20

APENDIKS F
GAYA GESER, MOMEN BENDING, DAN LENDUTAN BALOK

1. Kantilever - beban di ujung



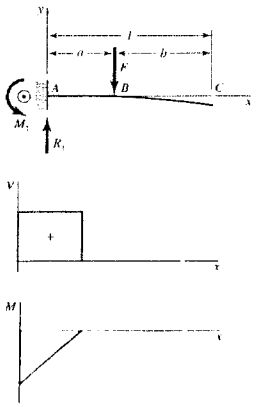
$$R_1 = V = F \qquad M_1 = Fl$$

$$M = F(x - l)$$

$$y = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3l)$$

$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{3EI}$$

2. Kantilever - beban di tengah



$$R_1 = V = F \qquad M_1 = Fa$$

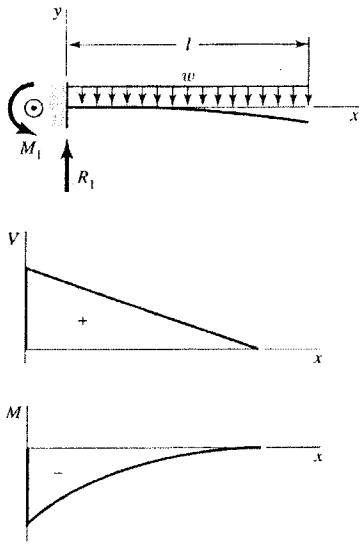
$$M_{AB} = F(x - a) \qquad M_{BC} = 0$$

$$y_{AB} = \frac{Fx^2}{6EI}(x - 3a)$$

$$y_{BC} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3x)$$

$$y_{max} = \frac{Fa^2}{6EI}(a - 3l)$$

3. Kantilever - beban merata



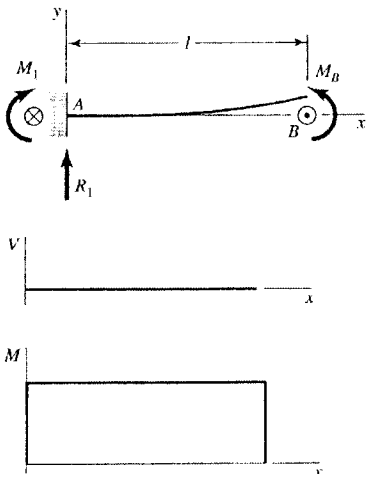
$$R_1 = wl \qquad M_1 = \frac{wl^2}{2}$$

$$V = w(l - x) \qquad M = -\frac{w}{2}(l - x)^2$$

$$y = \frac{wx^2}{24EI}(4lx - x^2 - 6l^2)$$

$$y_{max} = -\frac{wl^4}{8EI}$$

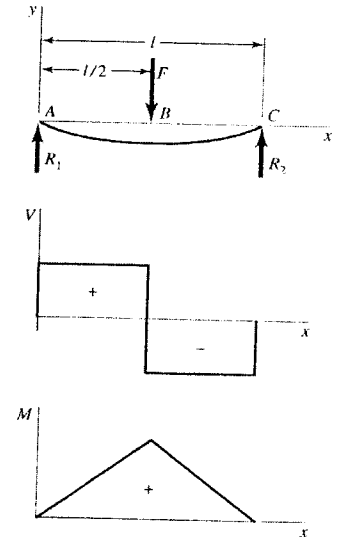
4. Kantilever - beban momen



$$R_1 = 0 \qquad M_1 = M_B \qquad M = M_B$$

$$y = \frac{M_B x^2}{2EI} \qquad y_{max} = \frac{M_B l^2}{2EI}$$

5. Tumpuan sederhana - beban di tengah



$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2} \qquad V_{AB} = R_1$$

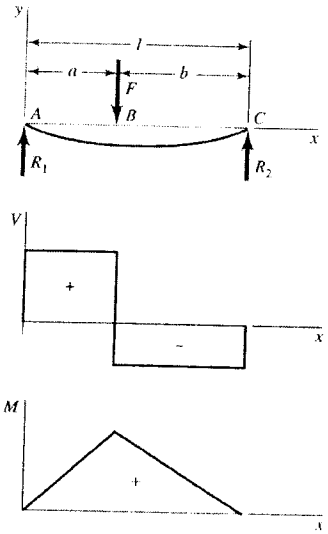
$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{Fx}{2} \qquad M_{BC} = \frac{F}{2}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fx}{48EI}(4x^2 - 3l^2)$$

$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{48EI}$$

6. Tumpuan sederhana - beban di antara tumpuan



$$R_1 = \frac{Fb}{l} \qquad R_2 = \frac{Fa}{l}$$

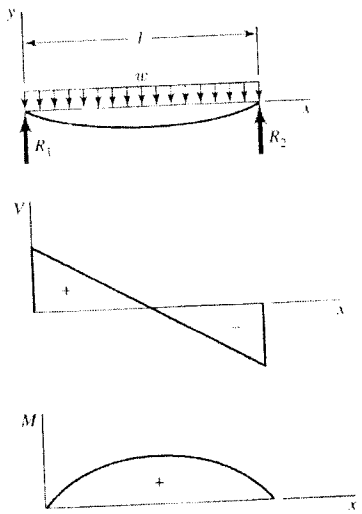
$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{Fbx}{l} \qquad M_{BC} = \frac{Fa}{l}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fbx}{6EIl}(x^2 + b^2 - l^2)$$

$$y_{BC} = \frac{Fa(l - x)}{6EIl}(x^2 + a^2 - 2lx)$$

7. Tumpuan sederhana- beban merata



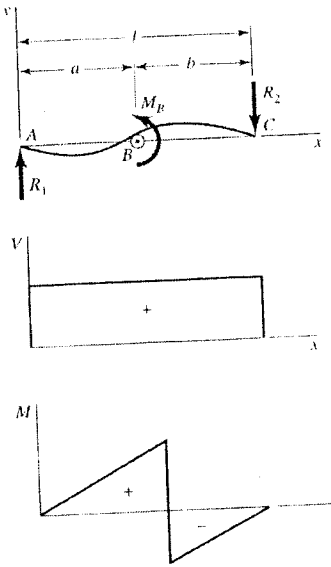
$$R_1 = R_2 = \frac{wl}{2} \qquad V = \frac{wl}{2} - wx$$

$$M = \frac{wx}{2}(l - x)$$

$$y = \frac{wx}{24EI}(2lx^2 - x^3 - l^3)$$

$$y_{max} = -\frac{5wl^4}{384EI}$$

8. Tumpuan sederhana - beban momen



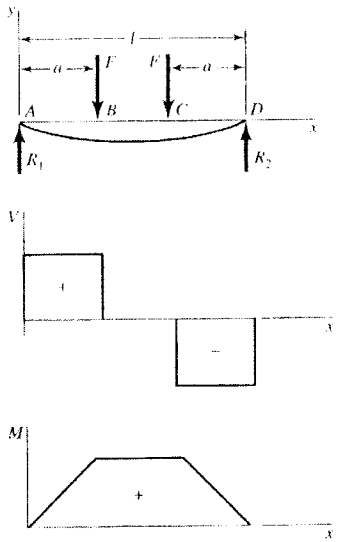
$$R_1 = R_2 = \frac{M_B}{l} \qquad V = \frac{M_B}{l}$$

$$M_{AB} = \frac{M_B x}{l} \qquad M_{BC} = \frac{M_B}{l}(x - l)$$

$$y_{AB} = \frac{M_B x}{6EIl}(x^2 + 3a^2 - 6al + 2l^2)$$

$$y_{BC} = \frac{M_B}{6EIl}[x^3 - 3lx^2 + x(2l^2 + 3a^2) - 3a^2 l]$$

9. Tumpuan sederhana - beban kembar



$$R_1 = R_2 = F \qquad V_{AB} = F \qquad V_{BC} = 0$$

$$V_{CD} = -F$$

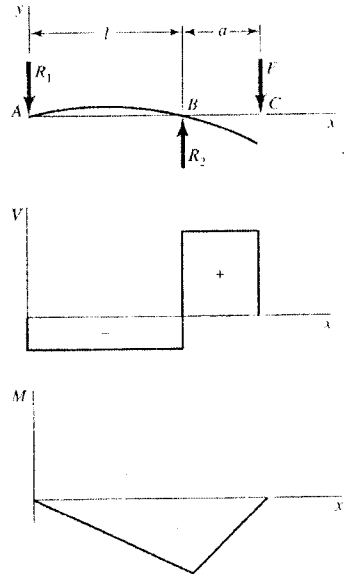
$$M_{AB} = Fx \qquad M_{BC} = Fa \qquad M_{CD} = F(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fx}{6EI}(x^2 + 3a^2 - 3la)$$

$$y_{BC} = \frac{Fa}{6EI}(3x^2 + a^2 - 3lx)$$

$$y_{max} = \frac{Fa}{24EI}(4a^2 - 3l^2)$$

10. Tumpuan sederhana - beban menganjur



$$R_1 = \frac{Fa}{l} \qquad R_2 = \frac{F}{l}(l + a)$$

$$V_{AB} = -\frac{Fa}{l} \qquad V_{BC} = F$$

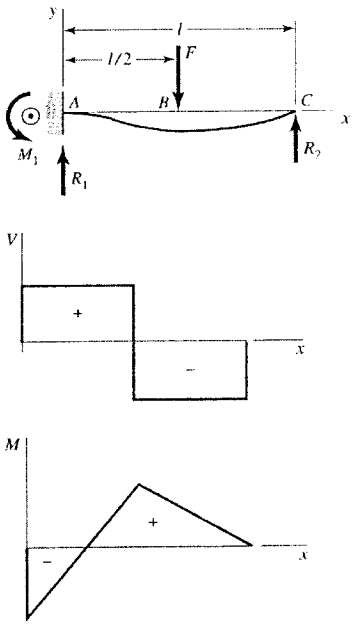
$$M_{AB} = -\frac{Fax}{l} \qquad M_{BC} = F(x - l - a)$$

$$y_{AB} = \frac{Fax}{6EIl}(l^2 - x^2)$$

$$y_{BC} = \frac{F(x - l)}{6EI}[(x - l)^2 - a(3x - l)]$$

$$y_c = -\frac{Fa^2}{3EI}(l + a)$$

11. Satu tumpuan sederhana dan satu tumpuan tetap - beban di tengah



$$R_1 = \frac{11F}{16} \qquad R_2 = \frac{5F}{16} \qquad M_1 = \frac{3Fl}{16}$$

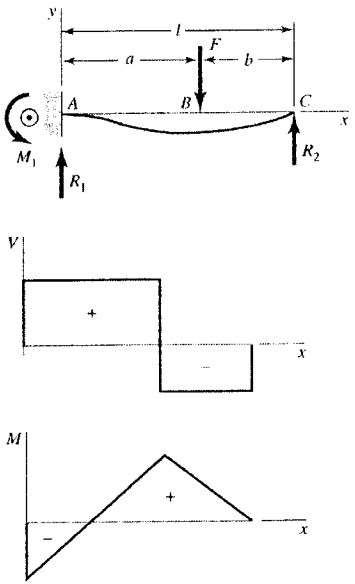
$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

$$M_{AB} = \frac{F}{16}(11x - 3l) \qquad M_{BC} = \frac{5F}{16}(l - x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fx^2}{96EI}(11x - 9l)$$

$$y_{BC} = \frac{F(l - x)}{96EI}(5x^2 + 2l^2 - 10lx)$$

12. Satu tumpuan sederhana dan satu tumpuan tetap - beban di antara tumpuan



$$R_1 = \frac{Fb}{2l^3}(3l^2 - b^2) \qquad R_2 = \frac{Fa^2}{2l^3}(3l - a)$$

$$M_1 = \frac{Fb}{2l^2}(l^2 - b^2)$$

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

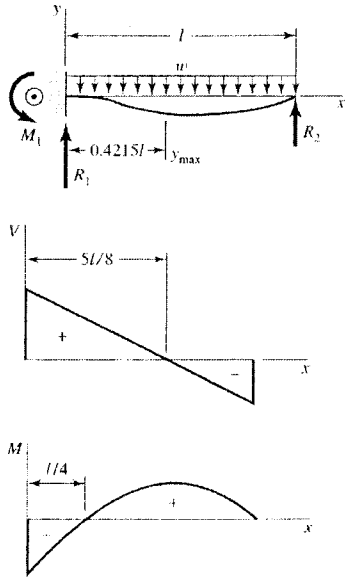
$$M_{AB} = \frac{Fb}{2l^3}[b^2l - l^3 + x(3l^2 - b^2)]$$

$$M_{BC} = \frac{Fa^2}{2l^3}(3l^2 - 3lx - al + ax)$$

$$y_{AB} = \frac{Fbx^2}{12EIl^3}[3l(b^2 - l^2) + x(3l^2 - b^2)]$$

$$y_{BC} = y_{AB} - \frac{F(x - a)^3}{6EI}$$

13. Satu tumpuan tetap dan satu tumpuan tetap - beban merata



$$R_1 = \frac{5wl}{8} \qquad R_2 = \frac{3wl}{8} \qquad M_1 = \frac{wl^2}{8}$$

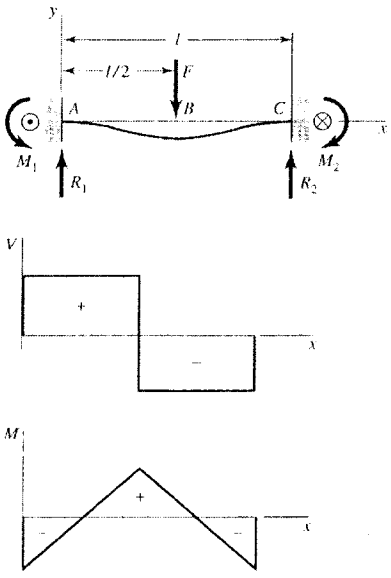
$$V = \frac{5wl}{8} - wx$$

$$M = -\frac{w}{8}(4x^2 - 5lx + l^2)$$

$$y = \frac{wx^2}{48EI}(l - x)(2x - 3l)$$

$$y_{max} = -\frac{wl^4}{185EI}$$

14. Tumpuan tetap - beban di tengah



$$R_1 = R_2 = \frac{F}{2} \qquad M_1 = M_2 = \frac{Fl}{8}$$

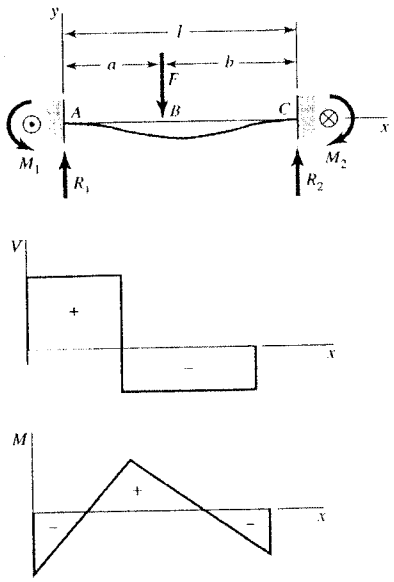
$$V_{AB} = -V_{BC} = \frac{F}{2}$$

$$M_{AB} = \frac{F}{8}(4x - l) \qquad M_{BC} = \frac{F}{8}(3l - 4x)$$

$$y_{AB} = \frac{Fx^2}{48EI}(4x - 3l)$$

$$y_{max} = -\frac{Fl^3}{192EI}$$

15. Tumpuan tetap - beban di antara tumpuan



$$R_1 = \frac{Fb^2}{l^3}(3a+b) \qquad R_2 = \frac{Fa^2}{l^3}(3b+a)$$

$$M_1 = \frac{Fab^2}{l^2} \qquad M_2 = \frac{Fa^2b}{l^2}$$

$$V_{AB} = R_1 \qquad V_{BC} = -R_2$$

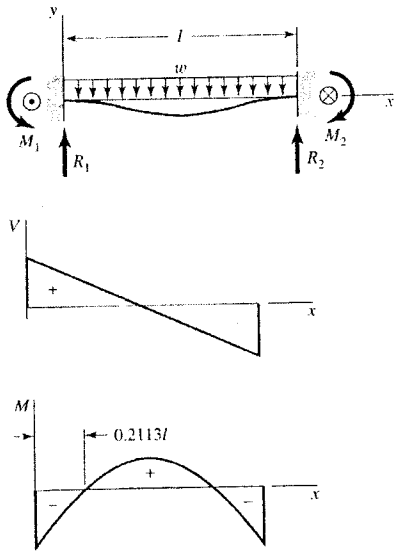
$$M_{AB} = \frac{Fb^2}{l^3}[x(3a+b) - al]$$

$$M_{BC} = M_{AB} - F(x-a)$$

$$y_{AB} = \frac{Fb^2x^2}{6EIl^3}[x(3a+b) - 3al]$$

$$y_{BC} = \frac{Fa^2(l-x)^2}{6EIl^3}[(l-x)(3b+a) - 3bl]$$

16. Tumpuan tetap - beban merata



$$R_1 = R_2 = \frac{wl}{2} \qquad M_1 = M_2 = \frac{wl^2}{12}$$

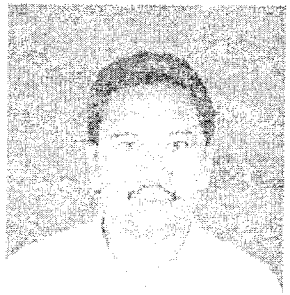
$$V = \frac{w}{2}(l-2x)$$

$$M = \frac{w}{12}(6lx - 6x^2 - l^2)$$

$$y = -\frac{wx^2}{24EI}(l-x)^2$$

$$y_{max} = -\frac{wl^4}{384EI}$$

DATA DIRI PENULIS



Ach. Muhib Zainuri, dilahirkan di Bangkalan, Madura, pada 15 April 1970. Menempuh pendidikan di:

- SDN Burneh I : lulus tahun 1983
- SMPN I Bangkalan : lulus tahun 1986
- SMA Negeri Kamal : lulus tahun 1989
- S-1 Teknik Mesin, Fak. Teknik Universitas Brawijaya : lulus tahun 1994
- S-2 Teknik Mesin, FTI - Bidang RKE ITS – Surabaya : lulus tahun 2008

Berpengalaman di dunia industri sejak 1995 – 2003.

Sejak 2003 sampai dengan sekarang menjadi dosen tetap di Politeknik Negeri Malang.

Pengalaman di dunia industri telah banyak membantu dalam tugas-tugasnya sebagai dosen. Di samping mengajar ia juga aktif menulis dan mengadakan penelitian baik di tingkat lokal maupun nasional.

Beberapa karya tulisannya, baik yang merupakan hasil penelitian maupun buku ajar yang telah diterbitkan adalah:

(1) Pemanfaatan Mixed Office Wastepaper sebagai Secondary Fiber dalam Pembuatan Fine Paper dengan Deinking Technology, Jurnal Politek, Desember 2003

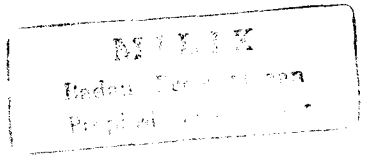
(2) Buku Ajar *Praktek Bengkel Mesin Perkakas*, Program SP4 – Politeknik Negeri Malang, 2004

(3) Modul "Mata Kuliah Material Handling Equipment dan Teknik Perawatan Perbaikan Mesin Industri Berbasis Multimedia", Research Grant PHK-A2 – Politeknik Negeri Malang, 2005

(4) Optimalisasi Proses Pengeringan Newsprint Paper dengan Analisis Perpindahan Panas dan Perpindahan Massa pada Dryer Section di Pabrik Kertas, Jurnal Ilmu-Ilmu Teknik (Engineering), Lemlit Universitas Brawijaya, Oktober 2006.

(4) Mesin Pemindah Bahan (Material Handling Equipment) – Penerbit Andi, Yogyakarta,

Edisi I cetakan pertama: 15 Mei 2006

Edisi I cetakan kedua: 17 Februari 2007

ISBN: 979-763-524-4, © 2006.